1~30차시

I 수와 연산

❶ 소인수분해

❷ 정수와 유리수

단원의 지도 계통

배운 내용	이 단원의 내용	배울 내용
[초등학교 수학 3~4학년군] • 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈 [초등학교 수학 5~6학년군] • 자연수의 혼합 계산 • 약수와 배수 • 분수의 덧셈과 뺄셈 • 분수의 곱셈과 나눗셈 • 분수와 소수 • 소수의 곱셈과 나눗셈	1. 소인수분해 01 소인수분해 02 최대공약수와 최소공배수 2. 정수와 유리수 01 정수와 유리수 02 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈 03 정수와 유리수의 곱셈 04 정수와 유리수의 나눗셈	[중학교 수학 2] • 유리수와 순환소수 [중학교 수학 3] • 제곱근과 실수

자연수의 범위를 넘어

물건의 개수를 세거나 순서를 정할 때 쓰는 자연수와 그 계산법이 없었다면 인류의 문명은 지금처럼 발전하지 못했을 것입니다. 사람들은 자연수를 그 특징에 따라 분류하기도 하고, 자연수의 성질을 이용하여 여러 가지 문제를 해결하기도 했습니다.

하지만 산의 높이와 바다의 깊이, 영상과 영하의 기온, 로켓의 발사 전과 후, 이익과 손해 등을 구별하여 수로 나타내거나 사과 3개를 5명이 나누어 먹을 때 한 사람이 먹는 양을 수로 나타내는 것과 같이 자연수만으로는 해결할 수 없는 경우도 있습니다.

그 결과 자연수의 범위를 넘어 더 확장된 개념의 수를 만들어 냈고, 이는 인간만이 가질 수 있는 끝없는 상상력과 창의력의 결과이며, 이로써 우리는 사고의 폭을 더 넓힐 수 있게 되었습니다.

이 단원에서는

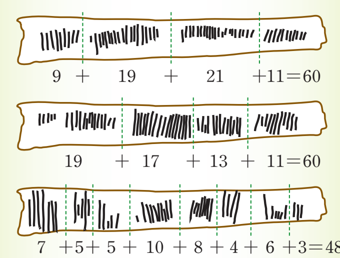
자연수의 소인수분해 및 정수와 유리수의 뜻과 사칙계산을 배웁니다.

1 소인수분해

동영상

1960년 아프리카 콩고의 비룽가 국립 공원 안에 위치한 이상고(Ishango)에서 발견된 '이상고 뼈'는 기원전 20000~18000년 무렵의 것으로 추정됩니다.

아래 그림과 같이 뼈를 돌려서 관찰해 보면 세 줄로 눈금이 새겨져 있는데, 눈금의 개수가 11, 13, 17, 19 등과 같이 약수가 2개인 수들이 있습니다. 또 세 줄에 새겨진 눈금의 개수를 모두 더하면 각각 60, 60, 48로 모두 12의 배수이기도 합니다.



그래서 학자들은 이 뼈를 무엇인가를 계산한 내용을 기록한 흔적으로 추측하기도 하고, 60+60+48=28×6이므로 이것을 음력으로 여섯 달의 달력으로 생각하기도 합니다.

이 단원에서는 소인수분해 및 최대공약수와 최소공배수를 구하는 방법을 알아봅니다.

(출처: 클라우디아 자슬라브스키, 『아프리카 수학』)

교육과정 성취 기준	평가 기준
소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해 할 수 있다.	상 소인수분해를 이용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
	중 소인수분해의 뜻을 알고 자연수를 소인수분해 할 수 있다.
	하 소수와 합성수를 구분하고 자연수의 소인수를 구할 수 있다.
최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.	상 최대공약수와 최소공배수의 성질을 바탕으로 최대공약수와 최소공배수를 구하고, 그 방법을 설명할 수 있다.
	중 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있다.
	하 소인수분해 된 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있다.

준비 학습

준비 학습 관련 개념
- 약수: 어떤 수를 나누었을 때, 나누어떨어지게 하는 수
- 두 개 이상의 자연수의 공통인 약수를 공약수라 하고, 공약수 중 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다. 또 두 개 이상의 자연수의 공통인 배수를 공배수라 하고, 공배수 중 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다.

• 약수

1 다음 수의 약수를 모두 구하시오.

(1) 12 　1, 2, 3, 4, 6, 12　(2) 15 　1, 3, 5, 15　(3) 24 　1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24　(4) 30 　1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

• 최대공약수와 최소공배수

2 다음 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하시오.

(1) 9, 15 　3, 45　(2) 12, 18 　6, 36　(3) 16, 28 　4, 112　(4) 30, 36 　6, 180

1~3차시

01 소인수분해

지도상의 유의점
- 중학교에서는 지수가 자연수인 경우만 다룬다.
- 소수는 1보다 큰 자연수의 범위에서 생각하게 하고, 1은 소수도 합성수도 아님을 알게 한다.
- $p^m \times q^n$(p와 q는 서로 다른 소수, m과 n은 자연수)의 꼴로 소인수분해되는 자연수의 약수는 p^m의 약수와 q^n의 약수를 각각 곱하여 구할 수 있음을 이해하게 한다.

학습 목표 • 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.

애니메이션

다가서기

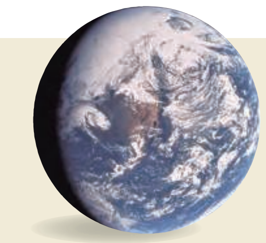
지도 목표 자음과 모음이 한글의 바탕이 되듯이 어떤 수의 바탕이 되는 수에 대하여 관심을 갖게 하고 바탕이 되는 수를 이용하여 자연수를 나타낼 수 있음을 알게 한다.

거듭제곱이란 무엇인가?

지도 목표 같은 수를 여러 번 곱할 때, 이를 간단히 나타내는 방법인 거듭제곱의 필요성을 직관적으로 알게 한다.

생각 열기

두께가 0.1 mm인 종이를 42번 접으면 그 두께가 약 439805 km가 되어 지구에서 달까지 닿을 수 있다고 한다. 이때 종이를 1번 접으면 2겹, 2번 접으면 (2×2)겹, 3번 접으면 (2×2×2)겹, …이 된다.



▸ 지구 표면에서 달 표면까지의 거리는 약 383000 km이다.

▶ 종이를 10번 접으면 몇 겹이 되는지 식으로 나타내 보자. (2×2×2×2×2×2×2×2×2×2)겹

같은 수를 여러 번 곱할 때는 곱하는 수와 곱하는 횟수를 이용하여 간단히

$$2\times2=2^2,\quad 2\times2\times2=2^3,\quad 2\times2\times2\times2=2^4,\ \cdots$$

과 같이 나타낸다.

▸ $2^1=2$로 정한다.

이때 2^2, 2^3, 2^4, …을 각각 2의 제곱, 2의 세제곱, 2의 네제곱, …이라 읽고, 이들을 통틀어 2의 **거듭제곱**이라고 한다. 또 곱하는 수 2를 거듭제곱의 **밑**, 곱하는 횟수 2, 3, 4, …를 거듭제곱의 **지수**라고 한다.

2^4 ← 지수, 2 └ 밑

오개념 지도 $3^3=3\times3\times3=27$이고, $3\times3=3+3+3=9$이므로 거듭제곱에서 지수와 밑이 무엇을 나타내는지 이해하고, $3^2=9$로 계산하지 않도록 지도한다.

보기 $2\times2\times2\times3\times3=2^3\times3^2$으로 간단히 나타낸다.

지도 Tips & 유의점 $2^2\times3$, $3^3\times5^2$과 같이 밑이 서로 다른 경우에는 더 이상 간단히 나타낼 수 없으며, 밑이 여러 개인 거듭제곱끼리의 곱은 밑이 작은 수부터 차례대로 나타냄을 알게 한다.

✔ 수의 곱을 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

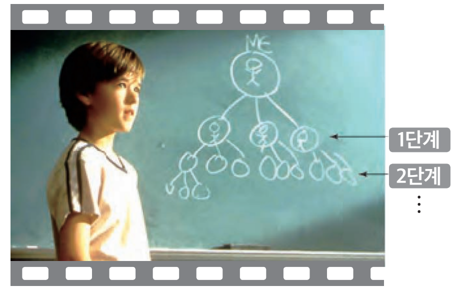
문제 1 [평가 기준 하] 다음을 거듭제곱으로 나타내시오.

(1) $3\times3\times3\times3\times3$ 　3^5　(2) $5\times5\times5\times5\times7\times7$ 　$5^4\times7^2$

자연수를 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

문제 2 [평가 기준 중]

어떤 영화에서 주인공 소년은 세상을 바꿀 수 있는 아이디어로, 1명이 3명에게 선행을 베푸는 릴레이를 제안한다. 오른쪽 그림은 이 제안에 따라 각 단계별로 선행을 받은 사람의 수를 나타낸 것이다. 8단계에서 선행을 받은 사람의 수를 거듭제곱으로 나타내시오. 3^8



소인수분해란 무엇인가?

지도 목표 소수의 뜻을 직관적으로 알게 한다.

생각 열기 다음은 네 학생이 각자 자신이 좋아하는 수를 적은 것이다.

이 수들의 약수를 각각 구하고, 그 공통점을 말해 보자. 2, 3, 7, 11의 약수는 각각 1과 2, 1과 3, 1과 7, 1과 11이므로 모두 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수라는 공통점이 있다.

▸0.3, 0.05, …와 같은 소수는 한자로 小數이고, 2, 3, 5, …와 같은 소수는 한자로 素數이다.

자연수 2, 3, 5, 7은 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

이와 같이 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수를 **소수**라고 한다. 또 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 **합성수**라고 한다. 예를 들어 15는 1과 자기 자신인 15 이외에 3과 5를 약수로 가지므로 합성수이다.

한편, 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

개념 지도 소수 중에서 2는 소수이지만 짝수이므로 모든 소수가 다 홀수라고 생각하지 않도록 지도한다.

생각 톡톡 합성수의 약수는 몇 개 이상일까? 3개 이상

소수와 합성수의 뜻을 알고, 소수와 합성수를 구분할 수 있게 한다.

문제 3 [평가 기준 하]

다음 수를 소수와 합성수로 구분하시오. 소수: 17, 19, 31, 합성수: 16, 21, 25

16, 17, 19, 21, 25, 31

▸약수를 다른 말로 인수라고도 한다.

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이고, 이 중에서 소수인 약수는 2와 3이다. 이와 같이 어떤 자연수의 약수 중에서 소수인 것을 그 자연수의 **소인수**라고 한다.

예를 들어 12의 소인수는 2와 3이다.

소인수의 뜻을 알고, 소인수를 구할 수 있게 한다.

문제 4 [평가 기준 하]

다음 수의 소인수를 모두 구하시오.

(1) 18 2, 3 (2) 32 2 (3) 56 2, 7 (4) 75 3, 5

합성수는 소인수들만의 곱으로 나타낼 수 있다. 예를 들어 20을 소인수들만의 곱으로 나타내면 $20=2\times2\times5=2^2\times5$이다. 이와 같이 1보다 큰 자연수를 그 수의 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 **소인수분해**한다고 한다.

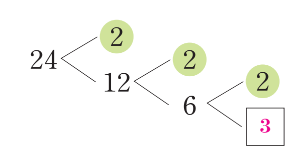
합성수를 소인수분해하는 순서는 여러 가지로 생각할 수 있다. 다음을 통하여 합성수를 여러 가지 순서로 소인수분해해 보자.

지도 목표 24를 소인수분해한 결과는 소인수를 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐임을 알게 한다.

함께 하기 다음은 24를 두 가지 순서로 소인수분해하는 과정이다.

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

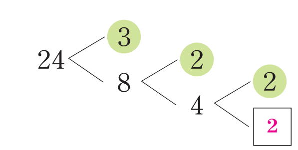
[순서 1]



$24=2\times2\times2\times\boxed{3}$

$=2^3\times\boxed{3}$

[순서 2]



$24=3\times2\times2\times\boxed{2}$

$=\boxed{2^3}\times3$

2 [순서 1]과 [순서 2]의 결과를 비교해 보자.

[순서 1]과 [순서 2]의 결과는 서로 같다.

▸소인수분해한 결과는 보통 크기가 작은 소인수부터 차례대로 쓰고, 같은 소인수의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

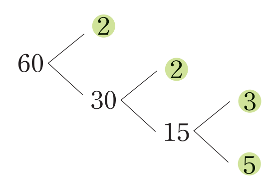
위의 활동에서 24를 어떤 순서로 소인수분해하여도 그 결과는 $2^3\times3$으로 모두 같음을 알 수 있다.

일반적으로 1보다 큰 자연수를 소인수분해한 결과는 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

예제 1

60을 소인수분해하시오.

풀이 $60=2\times30$
$=2\times2\times15$
$=2\times2\times3\times5$
$=2^2\times3\times5$



$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

답 $2^2\times3\times5$

합성수를 소인수분해할 수 있게 한다.

문제 5
[평가 기준 중]

다음 수를 소인수분해하시오.

(1) 36 $2^2\times3^2$ (2) 42 $2\times3\times7$ (3) 135 $3^3\times5$ (4) 180 $2^2\times3^2\times5$

예제 2

소인수분해를 이용하여 45의 약수를 모두 구하시오.

생각 톡
큰 수는 작은 수보다 항상 약수가 더 많을까?

6<9이지만 6의 약수는 1, 2, 3, 6이고, 9의 약수는 1, 3, 9이므로 6의 약수가 더 많다. 따라서 큰 수가 작은 수보다 항상 약수가 더 많은 것은 아니다.

풀이 45를 소인수분해하면 $45=3^2\times5$이므로 45의 약수는 3^2의 약수 1, 3, 3^2과 5의 약수 1, 5 중에서 하나씩 골라 서로 곱하여 구할 수 있다. 이를 표로 나타내면 오른쪽과 같다.
따라서 45의 약수는 1, 3, 5, 9, 15, 45이다.

5의 약수 / 3^2의 약수	1	5
1	$1\times1=1$	$1\times5=5$
3	$3\times1=3$	$3\times5=15$
3^2	$3^2\times1=9$	$3^2\times5=45$

답 1, 3, 5, 9, 15, 45

소인수분해를 이용하여 자연수의 약수를 구할 수 있게 한다.

문제 6
[평가 기준 상]

소인수분해를 이용하여 다음 수의 약수를 모두 구하시오.

(1) $3^2\times7$
1, 3, 7, 9, 21, 63

(2) $2^3\times3^2$
1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

(3) 88
1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88

(4) 100
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

생각이 크는 수학

소인수분해를 이용하여 주어진 수의 약수의 개수를 직접 구해서 세어 보지 않고 간단히 구하는 방법을 추론하게 한다.

문제 해결 의사소통

소인수분해를 이용하면 약수를 직접 구하여 세어 보지 않아도 주어진 수의 약수가 몇 개인지 알 수 있다.
오른쪽 대화에서 소인수분해를 이용하여 144의 약수의 개수를 구하려고 할 때, 다음에 답해 보자.

1 2^4과 3^2의 약수의 개수를 각각 구해 보자.
2^4의 약수: 5개, 3^2의 약수: 3개

2 1을 이용하여 144의 약수의 개수를 구하는 방법을 말해 보자.
$144=2^4\times3^2$의 약수의 개수는 두 소인수 2와 3의 지수에 각각 1을 더한 수를 곱하여 $(4+1)\times(2+1)=15$와 같이 구할 수 있다.

PDF 소단원 확인 문제

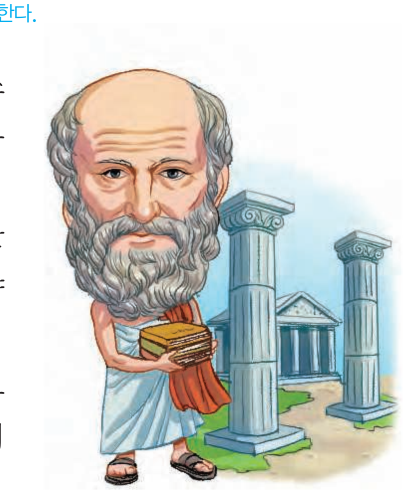
4차시

알콩달콩 수학 역사

문제 해결 창의・융합

소수와 소인수 찾기

지도 목표 에라토스테네스의 체를 이용하여 소수를 찾는 원리를 이해하게 한다.



고대 그리스의 수학자이자 천문학자였던 에라토스테네스(Eratosthenes, B.C. 275~B.C. 194?)는 아프리카의 북부 지중해 연안에 있는 키레네에서 태어났다.

그는 문헌학, 지리학을 비롯하여 헬레니즘 시대에 다양한 학문에 걸쳐 많은 업적을 남겼지만, 특히 수학과 천문학 분야에서 뛰어난 업적을 남겼다.

그는 태양의 고도를 이용하여 지구 둘레의 길이를 계산했으며, 위도와 경도를 표시한 세계 지도도 처음 만든 것으로 알려져 있다.

또 다음과 같이 소수를 걸러 내는 방법을 고안했는데, 그의 이름을 붙여서 이 방법을 '에라토스테네스의 체'라 부른다.

(출처: 고상숙, 고호경, 『청소년을 위한 서양 수학사』)

탐구 1 1에서 100까지의 자연수 중에서 다음과 같은 방법으로 소수를 찾아보자.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

❶ 1을 지운다.
↓
❷ 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운다.
↓
❸ 3은 남기고 3의 배수를 모두 지운다.
↓
❹ 5는 남기고 5의 배수를 모두 지운다.
↓
❺ 이와 같은 방법으로 남은 수 중에서 처음 수는 남기고 그 수의 배수를 모두 지운다.
↓
❻ 지워지지 않고 남은 수는 모두 소수이다.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
51	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
81	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

탐구 2 에라토스테네스의 체에서 12는 탐구 1의 ❷, ❸에서 지워지므로, 2와 3은 12의 소인수임을 알 수 있다. 이와 같은 방법으로 84의 소인수를 구해 보자. 2, 3, 7

탐구 3 위의 탐구 2에서 얻은 소인수를 이용하여 84를 소인수분해해 보자. $2^2\times3\times7$

5~8차시

02 최대공약수와 최소공배수

학습 목표 • 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.

지도상의 유의점
• 두 수가 서로소라는 것은 공약수가 없을 때가 아니라 최대공약수가 1일 때임을 분명히 알게 한다.
• 1은 모든 수의 약수이므로 모든 수의 공약수가 됨을 알게 한다.
• 최대공약수와 최소공배수를 활용하는 복잡한 문제는 다루지 않는다.

다가서기

지도 목표
소인수분해를 이용하여 18과 24의 공약수를 구하는 방법에 대하여 호기심을 갖게 한다.

애니메이션

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 어떻게 구하는가?

지도 목표 두 수의 최대공약수를 구하여, 최대공약수가 1인 경우가 있음을 이해하게 한다.

생각 열기

다음 두 자연수의 최대공약수를 구해 보자.

1. 24와 60 12 2. 5와 8 1

배웠어요!
두 개 이상의 자연수의 공통인 약수를 그 자연수들의 공약수라 하고, 공약수 중에서 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다.

위의 생각 열기에서 24와 60의 최대공약수는 12이고, 5와 8의 최대공약수는 1이다. 이때 5, 8과 같이 최대공약수가 1인 두 자연수를 **서로소**라고 한다.

오개념 지도
'서로소'와 '소수'를 혼동하지 않도록 지도한다.

보기
① 6과 11의 최대공약수는 1이므로 두 수는 서로소이다.
② 12와 14의 최대공약수는 2이므로 두 수는 서로소가 아니다.

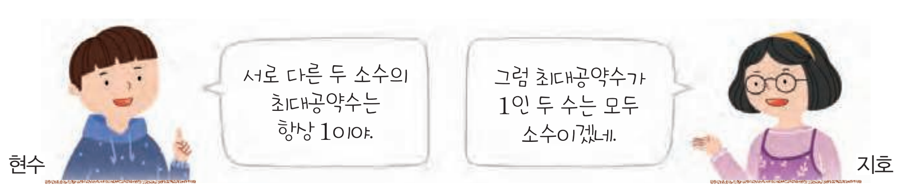
서로소의 뜻을 알고, 두 수가 서로소인 것을 찾을 수 있게 한다.

문제 1 [평가 기준 중]
다음 중에서 두 수가 서로소인 것을 모두 찾으시오. (1), (4)

(1) 9, 16 (2) 15, 27 (3) 21, 49 (4) 25, 36

서로소인 두 수가 반드시 소수인 것은 아님을 이해하게 한다.

문제 2 [평가 기준 상]
다음은 현수와 지호의 대화이다. 두 사람의 생각이 옳은지 판단하고, 그 이유를 설명하시오.



현수의 생각은 옳다. 소수는 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이므로 두 소수의 최대공약수는 항상 1이기 때문이다.
지호의 생각은 옳지 않다. 예를 들어 4와 9의 최대공약수는 1이지만 두 수는 모두 소수가 아니기 때문이다.

소인수분해를 이용하면 두 수의 최대공약수를 구할 수 있다. 다음을 통하여 두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 알아보자.

함께 하기

지도 목표 소인수분해를 이용하여 두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 이해하게 한다.

다음은 24와 60을 각각 소인수분해하여 최대공약수를 구한 것이다.

❶ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$60 = 2 \times 2 \qquad \times 3 \times 5$
$2 \times 2 \qquad \times 3$

❷ $24 = 2^3 \quad \times 3$
$60 = 2^2 \quad \times 3 \times 5$
$2^{\boxed{2}} \times 3$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 60 \\ 2 & 12 & 30 \\ 3 & 6 & 15 \\ & 2 & 5 \end{array}$$
$2 \times 2 \times 3 = 12$
최대공약수

1 ❶에서 색칠한 $2 \times 2 \times 3$이 24와 60의 최대공약수임을 확인해 보자.
24와 60의 최대공약수는 12이고, $2 \times 2 \times 3 = 12$이므로 $2 \times 2 \times 3$은 24와 60의 최대공약수이다.

2 ❶의 결과를 이용하여 ❷의 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

3 두 수를 ❷와 같이 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타낸 결과에서 두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 말해 보자.
두 수를 각각 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타냈을 때 두 수의 최대공약수는, 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로 택하고, 다르면 작은 것을 택한 후 곱하여 구한다.

위의 활동에서 두 수를 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타내면 $24 = 2^3 \times 3$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$이고, 최대공약수는 $2^2 \times 3$임을 알 수 있다.

이와 같이 두 수를 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타냈을 때 두 수의 최대공약수는, 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 것을 택하여 곱한 것이다.

소인수분해를 이용하여 두 수의 최대공약수를 구할 수 있게 한다.

문제 3 [평가 기준 중]
소인수분해를 이용하여 다음 두 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^3 \times 7$, $2^2 \times 5 \times 7^2$ 28 (2) $2^3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 40
(3) 28, 70 14 (4) 72, 99 9

한편, 24와 60의 공약수인 1, 2, 3, 4, 6, 12는 모두 최대공약수 12의 약수이다. 이와 같이 두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.

두 수의 최대공약수를 이용하여 두 수의 공약수를 구할 수 있게 한다.

문제 4 [평가 기준 중]
최대공약수를 이용하여 다음 두 수의 공약수를 모두 구하시오.

(1) 2×3^2, $2 \times 3 \times 5$ 1, 2, 3, 6 (2) 20, 72 1, 2, 4

세 수의 최대공약수도 소인수분해를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

예제 1

소인수분해를 이용하여 세 수 45, 60, 75의 최대공약수를 구하시오.

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 45 & 60 & 75 \\ \hline 5 & 15 & 20 & 25 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$3\times5=15$
최대공약수

풀이 세 수를 각각 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{rcccc} 45 = & & 3^2 & \times & 5 \\ 60 = & 2^2 \times & 3 & \times & 5 \\ 75 = & & 3 & \times & 5^2 \\ \hline & & 3 & \times & 5 \end{array}$$

따라서 45, 60, 75의 최대공약수는 $3\times5=15$이다. 답 15

소인수분해를 이용하여 세 수의 최대공약수를 구할 수 있게 한다.

문제 5 [평가 기준 중]

소인수분해를 이용하여 다음 세 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^2\times3$, $2^3\times5$, $2^3\times3^2$ 4

(2) $2\times5^2\times7$, $3^2\times5^2\times7$, $2^3\times5^3\times7^2$ 175

(3) 48, 84, 150 6

(4) 108, 126, 198 18

예제 2

여학생 32명과 남학생 48명으로 구성된 어느 동아리에서 모둠을 만들어 봉사 활동을 하기로 했다. 각 모둠에 속하는 여학생 수와 남학생 수가 각각 같도록 할 때, 최대 몇 개의 모둠을 만들 수 있는지 구하시오.

지도 Tips & 유의점
최대공약수를 활용한 실생활 문제에서 최대공약수의 의미가 포함된 부분을 스스로 찾아 문제를 해결하게 한다.

풀이 각 모둠에 속하는 여학생 수와 남학생 수를 각각 같게 하려면 모둠의 수가 32와 48의 공약수이어야 하므로, 만들 수 있는 모둠의 최대 개수는 32와 48의 최대공약수이다. 이때 32와 48을 소인수분해하면 오른쪽과 같다.

$$\begin{array}{rl} 32 = & 2^5 \\ 48 = & 2^4\times3 \\ \hline & 2^4 \end{array}$$

따라서 최대공약수는 $2^4=16$이므로 최대 16개의 모둠을 만들 수 있다. 답 16개

최대공약수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

문제 6 [평가 기준 상]

가로의 길이가 154 cm, 세로의 길이가 126 cm인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙여서 타일 벽화를 완성하려고 한다. 가능한 한 큰 타일을 사용하려고 할 때, 필요한 타일의 개수를 구하시오. 14

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 어떻게 구하는가?

지도 목표 두 수의 공배수를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있음을 이해하게 한다.

생각 열기

두 자연수 24와 60의 공배수를 모두 구하고, 이를 이용하여 24와 60의 최소공배수를 구해 보자. 24와 60의 공배수는 120, 240, 360, …이고, 최소공배수는 120이다.

배웠어요!
두 개 이상의 자연수의 공통인 배수를 그 자연수들의 공배수라 하고, 공배수 중에서 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다.

위의 생각 열기에서 24와 60의 공배수는 120, 240, 360, …이고 최소공배수는 120이다.

소인수분해를 이용하면 두 수의 최소공배수를 구할 수 있다. 다음을 통하여 두 수의 최소공배수를 구하는 방법을 알아보자.

함께 하기

지도 목표 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하는 방법을 이해하게 한다.

다음은 24와 60을 각각 소인수분해하여 최소공배수를 구한 것이다.

❶
$$\begin{array}{rccccccccc} 24= & 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & 3 & & \\ 60= & 2 & \times & 2 & & & \times & 3 & \times & 5 \\ \hline & 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & 3 & \times & 5 \end{array}$$

❷
$$\begin{array}{rl} 24= & 2^3 \times3 \\ 60= & 2^2 \times3\times5 \\ \hline & 2^{\boxed{3}}\times3\times5 \end{array}$$

1 ❶에서 색칠한 $2\times2\times2\times3\times5$가 24와 60의 최소공배수임을 확인해 보자.
24와 60의 최소공배수는 120이고, $2\times2\times2\times3\times5=120$이므로 $2\times2\times2\times3\times5$는 24와 60의 최소공배수이다.

2 ❶의 결과를 이용하여 ❷의 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

3 두 수를 ❷와 같이 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타낸 결과에서 두 수의 최소공배수를 구하는 방법을 말해 보자.
두 수를 각각 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타냈을 때 두 수의 최소공배수는, 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱은 모두 택한 후 곱하여 구한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 60 \\ \hline 2 & 12 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 15 \\ \hline & 2 & 5 \end{array}$$

$2\times2\times3\times2\times5$
$=120$
최소공배수

위의 활동에서 두 수를 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타내면 $24=2^3\times3$, $60=2^2\times3\times5$이고, 최소공배수는 $2^3\times3\times5$임을 알 수 있다.

이와 같이 두 수를 소인수분해하여 거듭제곱을 사용하여 나타냈을 때 두 수의 최소공배수는, 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱은 모두 택하여 곱한 것이다.

소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

문제 7 [평가 기준 중]

소인수분해를 이용하여 다음 두 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) 3×5, 2×5^2 150

(2) $2^3\times3$, $2\times3^2\times5$ 360

(3) 14, 63 126

(4) 30, 56 840

한편, 24와 60의 공배수인 120, 240, 360, …은 모두 최소공배수 120의 배수이다. 이와 같이 두 개 이상의 자연수의 공배수는 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

문제 8 [평가 기준 중]

두 수의 최소공배수를 이용하여 두 수의 공배수를 구할 수 있게 한다.

최소공배수를 이용하여 18과 30의 공배수를 모두 구하시오. 90, 180, 270, …

세 수의 최소공배수도 소인수분해를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

예제 3

소인수분해를 이용하여 세 수 18, 42, 54의 최소공배수를 구하시오.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 18 & 42 & 54 \\ 3 & 9 & 21 & 27 \\ 3 & 3 & 7 & 9 \\ \hline & 1 & 7 & 3 \end{array}$$

$2\times3\times3\times1\times7\times3$

$=378$

최소공배수

풀이 세 수를 각각 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 3^2 \\ 42 &= 2 \times 3 \times 7 \\ 54 &= 2 \times 3^3 \\ \hline & \ \ 2 \times 3^3 \times 7 \end{aligned}$$

따라서 18, 42, 54의 최소공배수는 $2\times3^3\times7=378$이다.

답 378

문제 9 [평가 기준 중]

소인수분해를 이용하여 세 수의 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

소인수분해를 이용하여 다음 세 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) $2^2\times3^2$, 2×3^3, $2^3\times3\times7$ 1512

(2) $2^2\times5$, $2^2\times3^2\times5$, $2^3\times3^2\times5^2$ 1800

(3) 15, 35, 60 420

(4) 45, 84, 90 1260

예제 4

어느 터미널에서 전주행 버스는 10분, 당진행 버스는 25분 간격으로 출발한다고 한다. 오전 11시에 두 도시로 가는 버스가 동시에 출발하였을 때, 그 후에 처음으로 두 버스가 동시에 출발하는 시각을 구하시오.

지도 Tips & 유의점

최소공배수를 활용한 실생활 문제에서 최소공배수의 의미가 포함된 부분을 스스로 찾아 문제를 해결하게 한다.

풀이 두 도시로 가는 버스가 동시에 출발하는 데 걸리는 시간은 10과 25의 공배수이므로, 오전 11시 이후 처음으로 동시에 출발하는 시각은 10과 25의 최소공배수 만큼의 시간이 지난 후이다. 이때 10과 25를 소인수분해하면 오른쪽과 같으므로 최소공배수는 $2\times5^2=50$이다. 따라서 두 도시로 가는 버스가 오전 11시 이후 처음으로 동시에 출발하는 시각은 오전 11시 50분이다.

$$\begin{aligned} 10 &= 2 \times 5 \\ 25 &= \quad\ \ 5^2 \\ \hline & \ \ 2 \times 5^2 \end{aligned}$$

답 오전 11시 50분

문제 10 [평가 기준 상]

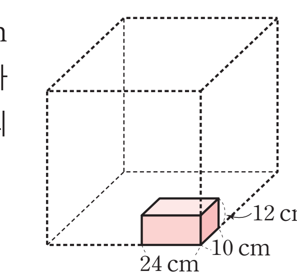
최소공배수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

자전거로 운동장을 한 바퀴 도는 데 형준이는 72초, 진희는 120초가 걸린다고 한다. 두 사람이 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 돌 때, 출발점에서 처음으로 다시 만나게 되는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하시오. 360초 후

문제 11 [평가 기준 상]

최소공배수를 활용하여 도형에 대한 문제를 해결할 수 있게 한다.

가로의 길이가 24 cm, 세로의 길이가 10 cm, 높이가 12 cm인 직육면체 모양의 벽돌을 일정한 방향으로 빈틈없이 쌓아 가능한 한 작은 정육면체를 만들려고 한다. 이때 필요한 벽돌의 개수를 구하시오. 600



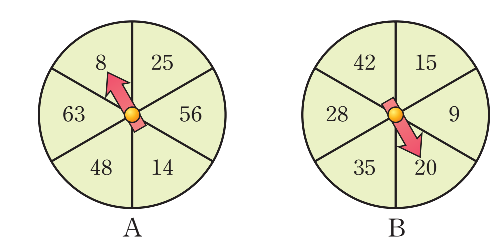
생각이 크는 수학

고정판을 이용한 놀이를 통해 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 정확하게 구할 수 있게 하고, 수학에 흥미를 갖게 한다.

창의・융합 태도 및 실천

오른쪽 그림과 같은 두 개의 고정판 A, B가 있다. 태호와 보라는 이 고정판 두 개의 화살표를 각각 돌렸을 때 화살촉이 가리키는 두 수의 최대공약수를 먼저 알아맞히는 놀이를 하려고 한다.

예를 들어 오른쪽과 같은 경우에 8과 20의 최대공약수는 4이다.



1 고정판 A의 화살촉이 짝수를 가리킬 때, 이 놀이에서 나올 수 있는 최대공약수 중에서 가장 큰 값을 구해 보자. 28

2 위의 고정판 A, B를 이용하여 최소공배수를 알아맞히는 놀이를 해 보자. 활동지 314쪽

예시 고정판 A, B의 화살촉이 가리키는 두 수가 각각 25, 20일 때, $25=5^2$, $20=2^2\times5$이므로 두 수의 최소공배수는 $2^2\times5^2=100$이다.

소단원 확인 문제

9차시

알콩달콩 수학

예술

활동지 육십갑자 속 최소공배수

추론 창의・융합

최대공약수와 최소공배수의 원리가 숨어 있는 디자인

지도 목표 도형을 이용하여 최대공약수와 최소공배수의 원리를 찾아보게 함으로써 자연수의 성질에 대한 흥미를 갖게 한다.

어떤 규칙에 따라 실을 감아서 별 모양을 만든다거나 톱니바퀴를 따라 돌리면서 대칭적인 곡선을 그리는 디자인에서 최대공약수와 최소공배수의 원리를 찾아볼 수 있다.

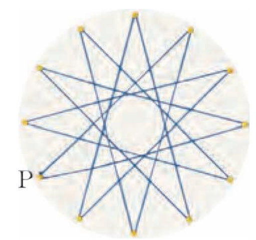
1 별 그림 속의 최대공약수

오른쪽 그림은 원 위에 일정한 간격으로 12개의 점을 찍고 한 점 P에서 시작하여 시곗바늘이 도는 방향으로 5번째에 있는 점을 차례대로 계속 선분으로 연결하여 만든 별 모양의 도형이다. 이 별 그림을 **(12, 5) 별**과 같이 나타내기로 한다.

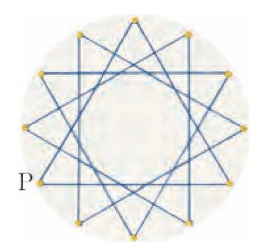
이 별 그림은 두 점을 연결한 선분이 계속 이어지면서 출발점으로 되돌아오게 되는데, 12와 5가 서로소이기 때문이다.

한편, (12, 8) 별을 그리면 오른쪽 그림과 같은데, 이 경우에는 분리된 4개의 정삼각형을 그리게 된다. 그 이유는 한 점에서 시곗바늘이 도는 방향으로 8번째 점을 연결하는 것은 반대 방향으로 4번째 점을 연결하는 것과 같으므로 세 번 만에 출발점으로 되돌아오기 때문이다.

이 별 그림에서 만들어지는 4개의 정삼각형에서 4는 12와 8의 최대공약수임을 알 수 있다.



(12, 5) 별



(12, 8) 별

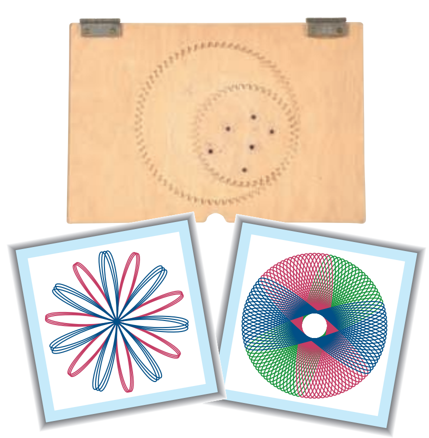
지도 Tips & 유의점
별 그림에서 원 위에 일정한 간격으로 몇 개의 점을 찍고 한 점 P에서 출발하여 일정한 간격으로 떨어져 있는 점을 선분으로 연결하여 도형을 만들어 보게 한다. 이때 몇 개의 도형으로 분리되는지, 모든 점이 선분으로 연결되는지를 관찰하여 두 수의 최대공약수와 서로소에 대한 개념을 이해하게 한다.

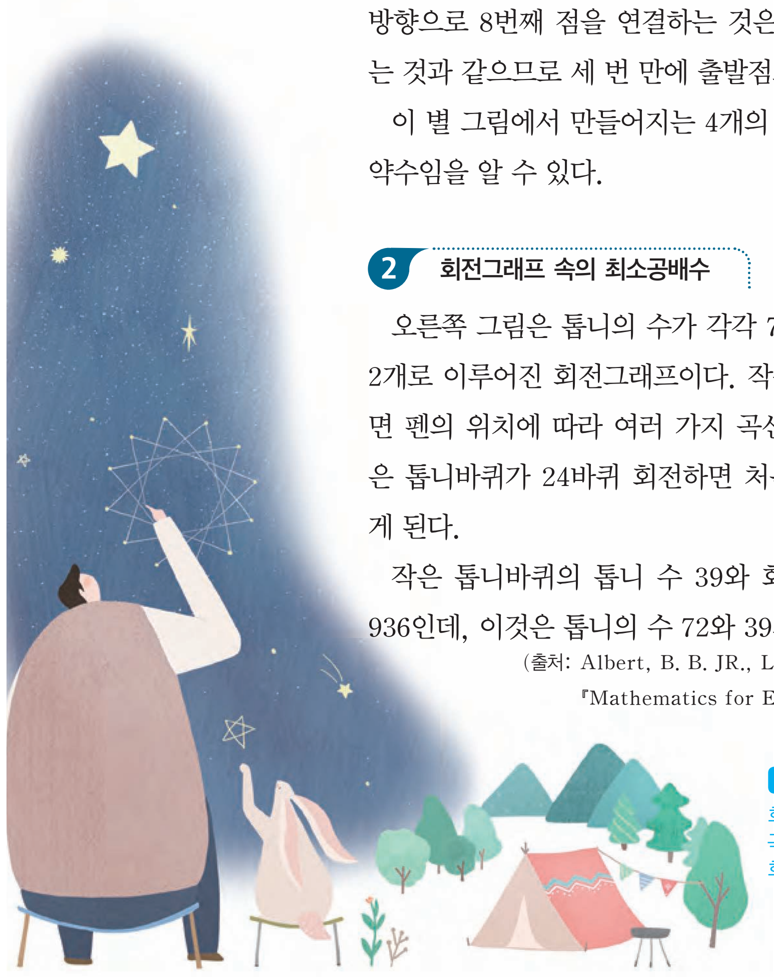
2 회전그래프 속의 최소공배수

오른쪽 그림은 톱니의 수가 각각 72와 39인 톱니바퀴 2개로 이루어진 회전그래프이다. 작은 톱니바퀴를 돌리면 펜의 위치에 따라 여러 가지 곡선이 그려지는데, 작은 톱니바퀴가 24바퀴 회전하면 처음 위치로 되돌아오게 된다.

작은 톱니바퀴의 톱니 수 39와 회전수 24를 곱하면 936인데, 이것은 톱니의 수 72와 39의 최소공배수이다.

(출처: Albert, B. B. JR., L. Ted, N., 『Mathematics for Elementary Teachers』)





지도 Tips & 유의점
회전그래프에서 톱니의 수가 서로 다른 두 톱니바퀴를 이용하여 다양한 패턴의 곡선을 그릴 수 있음을 알게 한다. 이때 펜이 처음 위치로 되돌아오는 데 걸리는 회전수를 이용하여 최소공배수의 개념을 이해하게 한다.

10차시

스스로 확인하는 문제

활동지 스스로 완성하는 개념 정리

1 소인수분해

(1) **거듭제곱**

① **거듭제곱**: 같은 수를 거듭하여 곱한 것

5^3 ← 지수, 5 ← 밑

② **밑**: 거듭제곱에서 곱하는 수

③ **지수**: 거듭제곱에서 곱하는 횟수

(2) **소수와 합성수**

① **소수**: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수

② **합성수**: 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수

(3) **소인수분해**

① **소인수**: 자연수의 약수 중에서 소수인 수

② **소인수분해**: 1보다 큰 자연수를 그 수의 소인수들만의 곱으로 나타내는 것

2 최대공약수와 최소공배수

(1) **서로소**: 최대공약수가 1인 두 자연수

(2) **소인수분해를 이용하여 최대공약수 구하는 방법**

주어진 수들을 각각 소인수분해한 후, 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 것을 택하여 곱한다.

$$24 = 2^3 \times 3$$
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$
$$2^2 \times 3 \quad = 12$$

(3) **소인수분해를 이용하여 최소공배수 구하는 방법**

주어진 수들을 각각 소인수분해한 후, 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱은 모두 택하여 곱한다.

$$24 = 2^3 \times 3$$
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$
$$2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

기본 문제

01 거듭제곱의 뜻을 알고, 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

다음을 거듭제곱으로 나타내시오.

(1) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ 3^6

(2) $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$ $3^2 \times 5^3$

(3) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ $2^3 \times 3^2 \times 7^4$

(4) $3 \times 5 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 2$ $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

02 소수와 합성수의 뜻을 알고, 소수와 합성수를 구분할 수 있게 한다.

다음에서 소수와 합성수의 개수를 각각 구하시오. 소수: 4개, 합성수: 4개

1, 2, 9, 13, 15, 27, 33, 47, 59

03 합성수를 소인수분해하고, 소인수를 모두 구할 수 있게 한다.

다음 수를 소인수분해하고, 그 수의 소인수를 모두 구하시오.

(1) 45
$45 = 3^2 \times 5$
소인수: 3, 5

(2) 160
$160 = 2^5 \times 5$
소인수: 2, 5

(3) 198
$198 = 2 \times 3^2 \times 11$
소인수: 2, 3, 11

(4) 360
$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
소인수: 2, 3, 5

소인수분해를 이용하여 두 수 또는 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있게 한다.

04 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하시오.

(1) $2\times3\times5$, 3×5^2 **15, 150**

(2) 108, 180 **36, 540**

(3) 36, 45, 81 **9, 1620**

표준 문제

소인수분해를 이용하여 자연수가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 조건을 찾을 수 있게 한다.

05 84에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오. **21**

소인수분해를 이용하여 자연수의 약수를 구할 수 있게 한다.

06 다음 수의 약수를 모두 구하시오.

(1) $2^2\times13$ **1, 2, 4, 13, 26, 52**

(2) 225 **1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 225**

서로소의 뜻을 알고, 조건에 맞는 서로소인 수를 찾을 수 있게 한다.

07 20 이하의 자연수 중에서 8과 서로소인 수의 개수를 구하시오. **10**

최대공약수와 최소공배수를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

08 두 수 $2^a\times3\times5$와 $2^2\times3^b\times c$의 최대공약수는 $2^2\times3$이고, 최소공배수는 $2^3\times3^2\times5\times7$이다. 이때 자연수 a, b, c의 값을 각각 구하시오. (단, c는 2, 3이 아닌 소수이다.) **$a=3$, $b=2$, $c=7$**

최대공약수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

09 가뭄으로 고통받는 아프리카의 어느 마을에 구호품으로 라면 96상자, 생수 120상자, 의약품 72상자를 전달하려고 한다. 가능한 한 많은 가구에 각각의 구호품을 남김없이 똑같이 나누어 주려고 할 때, 구호품을 받을 수 있는 가구의 수를 구하시오. **24**

최대공약수를 이용하여 두 분수가 모두 자연수가 되게 하는 조건을 추론하고 문제를 해결할 수 있게 한다.

10 두 분수 $\frac{270}{n}$과 $\frac{504}{n}$가 모두 자연수가 되게 하는 자연수 n의 값 중에서 가장 큰 수를 구하시오. **18**

두 수의 최소공배수를 이용하여 두 수의 공배수를 구할 수 있게 한다.

11 두 수 12와 16의 공배수 중에서 두 자리 자연수의 개수를 구하시오. **2**

최소공배수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

12 경민이는 배드민턴 동호회와 독서 동호회에 가입하였다. 배드민턴 동호회는 18일, 독서 동호회는 27일마다 정기 모임을 한다고 한다. 오늘 두 동호회의 정기 모임이 있다고 할 때, 처음으로 다시 두 동호회가 같은 날 정기 모임을 하게 되는 날은 며칠 후인지 구하시오. **54일 후**

발전 문제

소인수분해를 이용하여 약수가 3개인 수의 성질을 추론하고 문제를 해결할 수 있게 한다.

13 1부터 130까지의 자연수 중에서 약수가 3개인 수의 개수를 구하시오. **5**

풀이 약수가 3개인 수는 소수의 제곱이므로 작은 소수부터 차례대로 제곱하면

$2^2=4$, $3^2=9$, $5^2=25$, $7^2=49$, $11^2=121$

이다. 따라서 구하는 수의 개수는 5이다.

최대공약수와 최소공배수를 이용하여 두 분수의 곱이 자연수가 되게 하는 조건을 추론하고 문제를 해결할 수 있게 한다.

14 문제 해결

두 분수 $\frac{26}{9}$과 $\frac{13}{12}$의 어느 것에 곱해도 항상 자연수가 되는 가장 작은 기약분수를 구하려고 한다.

(1) 주어진 두 분수의 분모와 분자를 각각 소인수분해하시오. **$26=2\times13$, $9=3^2$, $12=2^2\times3$**

(2) 주어진 두 분수의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 분수는 어떤 꼴이어야 하는지 설명하시오. **풀이 참조**

(3) (2)를 만족시키는 가장 작은 기약분수를 구하시오. **$\frac{36}{13}$**

풀이 (2) 조건을 만족시키는 분수의 분모는 두 분수에서 분자의 공약수이고, 분자는 두 분수에서 분모의 공배수이어야 한다. 즉, $\frac{(9\text{와 } 12\text{의 공배수})}{(26\text{과 } 13\text{의 공약수})}$의 꼴이어야 한다.

(3) 26과 13의 최대공약수는 13, 9와 12의 최소공배수는 36이므로 구하는 가장 작은 기약분수는 $\frac{36}{13}$이다.

PDF 중단원 수준별 문제

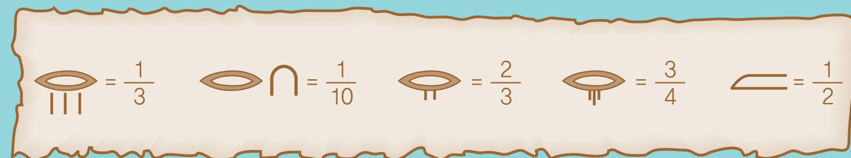
2 정수와 유리수

동영상

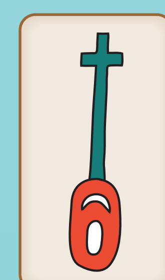
인류는 오래전부터 물건의 개수를 세거나 순서를 정할 때 자연수를 사용했습니다. 그런데 사회가 복잡해지고 문명이 발전함에 따라 수 계산이 필요하게 되면서 자연수 외에 다른 수의 개념을 생각하게 되었습니다.

고대 그리스 사람들은 모든 사물은 물, 불, 공기, 흙이 적당한 비율로 섞여서 만들어진다고 믿었는데, 이 비율을 나타내고 계산하기 위해 분수와 그 계산법을 연구했습니다.

▶고대 이집트의 분수를 나타내는 상형 문자



한편, 고대 이집트의 기록을 보면, 피라미드를 건설할 때 '아름다움'을 상징하는 오른쪽 표식을 지면에 그려서 지상과 지하를 구분했으며, 앞으로 걷는 발걸음 수를 자연수로 생각할 때 뒷걸음질 치는 걸음 수를 의미하는 수를 어떻게 나타낼지 고심했다고 합니다.



이 단원에서는 수의 범위를 확장하여 그 성질을 알아봅니다.

교육과정 성취 기준	평가 기준
양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해한다.	상 양수와 음수, 정수와 유리수의 관계를 구조화할 수 있다.
	중 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해하고 예를 들 수 있다.
	하 주어진 수에서 양수와 음수, 정수와 유리수를 구분할 수 있다.
정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다.	상 정수와 유리수의 대소 관계를 판단하고 그 이유를 설명할 수 있다.
	중 정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다.
	하 수직선 위에 정수 또는 유리수를 나타낼 수 있다.
정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	상 정수와 유리수의 혼합계산을 할 수 있다.
	중 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 간단한 계산을 할 수 있다.
	하 두 정수 또는 두 유리수의 사칙계산을 할 수 있다.

준비 학습

준비 학습 관련 개념
- 두 분수의 크기 비교: 분모가 다른 두 분수는 통분하여 분모를 같게 한 다음, 분자의 크기를 비교한다.
- 분수의 덧셈과 뺄셈: 두 분수를 통분한 다음 분모는 그대로 두고 분자끼리 계산한다.
- 소수의 덧셈과 뺄셈: 소수점의 자리를 맞추어 계산한다.

• 분수와 소수의 크기 비교

1 다음 두 수의 크기를 비교하여 □ 안에 > 또는 <을 써넣으시오.

(1) $\frac{7}{12}$ $\boxed{<}$ $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{5}{3}$ $\boxed{>}$ 1.5

• 분수와 소수의 계산

2 다음을 계산하시오.

(1) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{9}{4}-\frac{4}{7}$ $\frac{47}{28}$ (3) $1.6+3.9$ 5.5 (4) $7.5-4.8$ 2.7

11~15차시

01 정수와 유리수

지도상의 유의점
- 양의 부호 +와 음의 부호 −는 각각 덧셈과 뺄셈을 나타내는 기호 +, −와 모양이 같지만, 부호로 쓰일 때와 기호로 쓰일 때의 의미가 다름을 강조하여 지도한다.
- 다양한 상황에서 음수의 필요성을 인식하게 한다.
- 수직선에서 0은 기준이 되는 원점임을 유의하여 지도한다.

학습 목표 • 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해하고 정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다.

애니메이션

다가서기

지도 목표
서로 반대되는 성질을 갖는 수량을 나타내는 방법을 학생들이 생각해 보게 하여 자연수 이외의 새로운 수가 필요함을 자연스럽게 인식하게 한다.

양수와 음수란 무엇인가?

지도 목표 실생활에서 서로 반대되는 성질을 갖는 수량을 구별하여 나타냄으로써 부호의 필요성을 알게 한다.

생각 열기

어떤 상점에서 원가가 1000원인 상품 A, B, C, D, E를 오른쪽 표와 같이 판매하였다.

▶ 표의 빈칸에 알맞은 말을 써넣어 보자.

상품	판매 가격	이익과 손해
A	1150원	150원 이익
B	1100원	100원 이익
C	1000원	본전
D	950원	50원 손해
E	900원	100원 손해

위의 생각 열기에서 150원 이익을 +150으로, 100원 손해를 −100으로 구별하여 나타낼 수 있다.

이익과 손해, 영상과 영하, 지상과 지하 등과 같이 어떤 기준을 중심으로 서로 반대되는 성질을 갖는 수량은 한쪽에는 '+'를 붙이고, 다른 쪽에는 '−'를 붙여서 구별하여 나타낼 수 있다.

이때 '+'를 **양의 부호**, '−'를 **음의 부호**라 하며 +10을 '양의 10', −10을 '음의 10'이라고 읽는다.

▸양의 부호 +와 음의 부호 −는 각각 덧셈, 뺄셈의 기호와 모양은 같지만 뜻은 다르다.

오개념 지도
+10을 '더하기 10', −10을 '빼기 10'으로 읽지 않도록 지도한다.

보기 ① 지상 20 m를 +20으로 나타낼 때, 지하 20 m는 −20으로 나타낼 수 있다.
② 5명 증가를 +5로 나타낼 때, 12명 감소는 −12로 나타낼 수 있다.

문제 1 [평가 기준 하]

수량을 양의 부호와 음의 부호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

다음을 양의 부호 $+$ 또는 음의 부호 $-$를 사용하여 나타내시오.

(1) 2시간 후를 $+2$로 나타낼 때, 3시간 전 -3

(2) 서쪽으로 25 m 떨어진 지점을 -25로 나타낼 때, 동쪽으로 30 m 떨어진 지점 $+25$

$+2$, $+\frac{2}{3}$, $+7.5$ 등과 같이 0이 아닌 수에 양의 부호 $+$를 붙인 수를 **양수**라 하고, -1, $-\frac{1}{6}$, -5.25 등과 같이 0이 아닌 수에 음의 부호 $-$를 붙인 수를 **음수**라고 한다. 양수 $+2$, $+\frac{2}{3}$, $+7.5$는 보통 양의 부호를 생략하여 2, $\frac{2}{3}$, 7.5와 같이 나타내기도 한다.

한편, 0은 양수도 아니고 음수도 아니다.

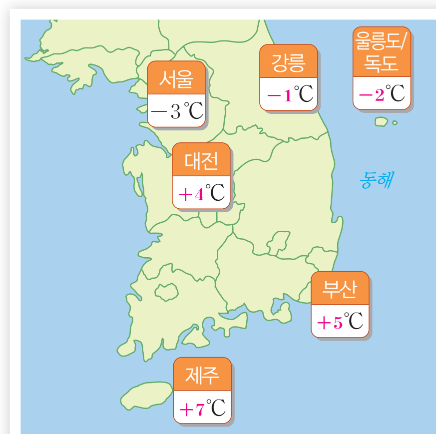
지도 Tips & 유의점
0은 양수와 음수를 나누는 기준이 되는 수이며, 양수도 음수도 아니다. 따라서 0은 부호를 붙이지 않는다.

탐구 **문제 2** [평가 기준 중]

실생활에서 사용하는 수량을 양의 부호와 음의 부호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

다음은 어느 날의 일기 예보이다.

“내일 각 지역별 최저 기온은 서울 영하 3도, 강릉 영하 1도, 울릉도/독도 영하 2도, 대전 영상 4도, 부산 영상 5도, 제주 영상 7도로 예상됩니다.”



(1) 일기 예보에서 밑줄 친 부분에 해당하는 수를 오른쪽 그림의 빈칸에 양수 또는 음수로 나타내시오.

(2) 우리 주변에서 양수 또는 음수로 나타낼 수 있는 예를 찾아 말하시오.

예시 속리산의 높이는 해발 1058 m이고, 거가대교 침매터널의 최대 깊이는 해저 48 m이다. 해발 10 m를 $+10$으로 나타낼 때, 속리산의 높이는 $+1058$, 거가대교 침매터널의 최대 깊이는 -48로 나타낼 수 있다.

정수와 유리수란 무엇인가?

오개념 지도
양의 정수와 자연수가 다른 수라고 생각하지 않도록 지도한다. 양의 정수 $+1$, $+2$, $+3$, …과 자연수 1, 2, 3, …은 서로 같은 수임을 이해할 수 있도록 지도한다.

자연수에 $+1$, $+2$, $+3$, …과 같이 양의 부호 $+$를 붙인 수를 **양의 정수**라 하고, -1, -2, -3, …과 같이 음의 부호 $-$를 붙인 수를 **음의 정수**라고 한다. 이때 양의 정수, 0, 음의 정수를 통틀어 **정수**라고 한다.

▸ 양의 정수는 $+$ 부호를 생략하여 나타내기도 한다. 즉, 양의 정수는 자연수와 같다.

$$\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수(자연수): } +1,\ +2,\ +3,\ \cdots \\ 0 \\ \text{음의 정수: } -1,\ -2,\ -3,\ \cdots\end{cases}$$

문제 3 [평가 기준 하]

양의 정수와 음의 정수의 뜻을 이해하고 분류할 수 있게 한다.

다음 수 중에서 양의 정수와 음의 정수를 각각 말하시오. 양의 정수: $+21$, 5, 음의 정수: -5, -100

-5, 0, $+21$, 5, -100

분자와 분모가 자연수인 분수에 $+\frac{2}{5}$, $+\frac{3}{4}$, $+\frac{7}{3}$ 등과 같이 양의 부호 $+$를 붙인 수를 **양의 유리수**라 하고, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{7}{3}$ 등과 같이 음의 부호 $-$를 붙인 수를 **음의 유리수**라고 한다.

이때 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 **유리수**라고 한다.

한편, $-2=-\frac{2}{1}$, $+1=+\frac{2}{2}$와 같이 모든 정수는 분수의 꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

앞으로 수라고 하면 유리수를 말하며, 유리수는 다음과 같이 분류한다.

오개념 지도
유리수를 분류할 때, 정수와 분수로 분류하지 않도록 지도한다. 모든 정수는 분수의 꼴로 나타낼 수 있음을 충분히 설명하고, 유리수를 정수와 정수가 아닌 유리수로 분류할 수 있도록 지도한다.

$$\text{유리수}\begin{cases}\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수(자연수): } +1,\ +2,\ +3,\ \cdots \\ 0 \\ \text{음의 정수: } -1,\ -2,\ -3,\ \cdots\end{cases} \\ \text{정수가 아닌 유리수: } -\frac{1}{2},\ -0.1,\ +\frac{5}{3},\ +0.3,\ \cdots\end{cases}$$

참고 $-0.1=-\frac{1}{10}$, $+0.3=+\frac{3}{10}$과 같이 나타낼 수 있으므로 -0.1과 $+0.3$은 유리수이다.

지도 Tips & 유의점
분수와 소수는 수를 나타내는 표현 방법이다. 소수를 분수로 나타낼 수 있음을 이해하게 하고, 소수는 유리수임을 설명한다.

문제 4 [평가 기준 상]

자연수, 정수, 유리수를 분류할 수 있게 한다.

아래 표에 주어진 수를 자연수, 정수, 유리수 중에서 각각 해당하는 곳에 모두 ○표를 하고, 다음에 답하시오.

	$+7$	-0.3	$\frac{5}{6}$	0	-4
자연수	○				
정수	○			○	○
유리수	○	○	○	○	○

(1) 자연수가 아닌 정수를 모두 말하시오. 0, -4

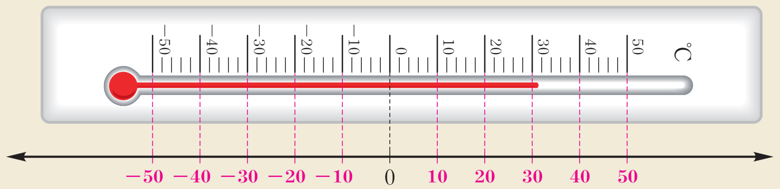
(2) 정수가 아닌 유리수를 모두 말하시오. -0.3, $\frac{5}{6}$

수직선이란 무엇인가?

지도 목표 수를 직선 위에 나타낼 수 있음을 알게 한다.

생각 열기

다음 그림은 온도계를 옆으로 돌려 놓고, 온도계의 액체 기둥과 평행하게 직선을 그은 것이다.



▶ 온도계에 표시된 10 단위의 눈금과 수를 직선 위에 표시해 보자.

위의 생각 열기에서와 같이 수를 직선 위에 나타내는 방법을 알아보자.

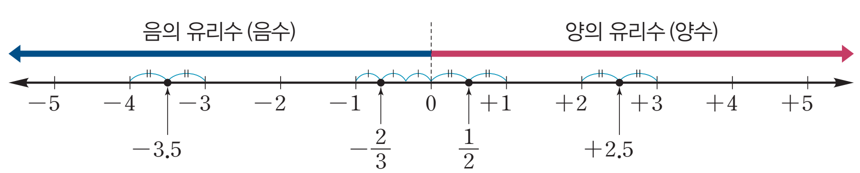
다음 그림과 같이 직선 위에 0을 나타내는 점을 정한 후에 이를 기준으로 오른쪽과 왼쪽에 일정한 간격으로 점을 찍고, 양의 정수 $+1$, $+2$, $+3$, …은 0을 나타내는 점의 오른쪽에, 음의 정수 -1, -2, -3, …은 0을 나타내는 점의 왼쪽에 차례대로 나타낸다.

이와 같이 직선 위에 0을 나타내는 점을 정한 후, 그 점의 오른쪽에 양수를, 왼쪽에 음수를 나타낸 것을 **수직선**이라고 한다. 이때 0을 나타내는 점을 원점이라고 한다.

정수와 마찬가지로 유리수도 모두 수직선 위에 나타낼 수 있다.

예를 들어 $\frac{1}{2}$, $+2.5$, $-\frac{2}{3}$, -3.5를 각각 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

지도 Tips & 유의점
정수가 아닌 유리수를 수직선 위에 나타낼 때는 수직선 위에 주어진 눈금을 등분하여 나타낼 수 있도록 지도한다.

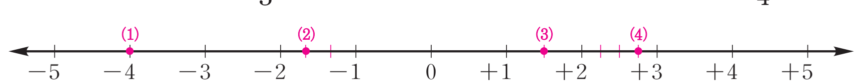


문제 5 [평가 기준 하]

수를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

다음 수를 수직선 위에 나타내시오.

(1) -4 (2) $-\frac{5}{3}$ (3) $+1.5$ (4) $+\frac{11}{4}$

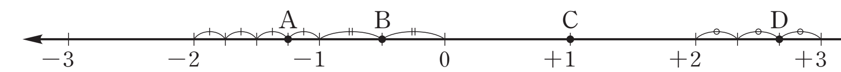


문제 6 [평가 기준 하]

수직선 위의 점이 나타내는 수를 말할 수 있게 한다.

다음 수직선에서 네 점 A, B, C, D가 나타내는 수를 각각 말하시오.

A: $-\frac{5}{4}$, B: $-\frac{1}{2}$, C: $+1$, D: $+\frac{8}{3}$

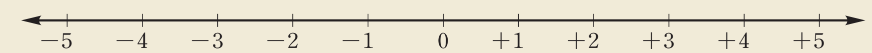


절댓값이란 무엇인가?

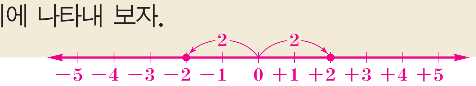
지도 목표 수직선에서 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 구해 봄으로써 절댓값의 개념을 이해하게 한다.

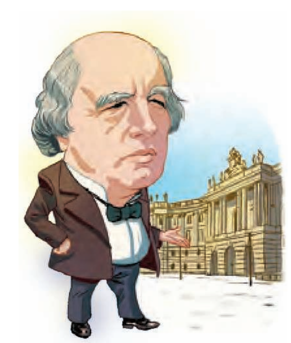
생각 열기

아래와 같은 수직선을 이용하여 다음에 답해 보자.



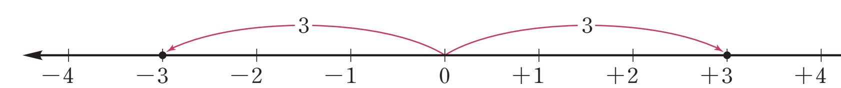
1. 수직선 위에서 -4를 나타내는 점은 원점으로부터 얼마나 떨어져 있는지 말해 보자.
   수직선 위에서 -4를 나타내는 점은 원점으로부터 4만큼 떨어져 있다.
2. 원점으로부터 2만큼 떨어진 점을 수직선 위에 나타내 보자.





▶ 바이어슈트라스 (Weierstrass, K. T. W., 1815~1897)
독일의 수학자로, 절댓값 기호 | |을 처음 사용하였다.

다음과 같이 수직선 위에서 $+3$과 -3을 나타내는 점은 모두 원점으로부터 3만큼 떨어져 있음을 알 수 있다. 즉, $+3$과 -3을 나타내는 점과 원점 사이의 거리는 모두 3이다.



이와 같이 수직선 위에서 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리를 그 수의 **절댓값**이라 하고, 이것을 기호 | |을 사용하여 나타낸다.

예를 들어

$+3$의 절댓값은 $|+3|=3$,

-3의 절댓값은 $|-3|=3$

이다.

특히, 0의 절댓값은 $|0|=0$이다.

오개념 지도
절댓값의 의미를 정확하게 이해하지 못한 채 단순히 어떤 수에서 부호를 떼어 낸 수로 인식하지 않도록 지도한다. 유리수의 절댓값은 그 수의 부호를 떼어 낸 것과 같으나 문자식을 다룰 때는 오류가 생길 수 있으므로 일반화하지 않도록 한다.

생각 톡톡
절댓값이 같은 수는 항상 2개일까?

절댓값이 0인 수는 0뿐이므로 절댓값이 같은 수가 항상 2개인 것은 아니다.

문제 7 [평가 기준 하]

수의 절댓값을 기호를 사용하여 나타내고, 그 값을 구할 수 있게 한다.

다음 수의 절댓값을 기호를 사용하여 나타내고, 그 값을 구하시오.

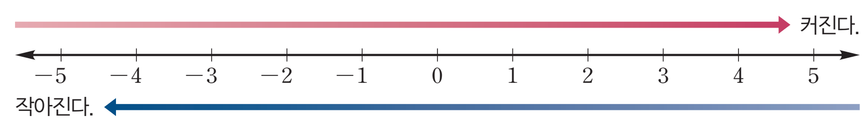
(1) $+8$ $|+8|=8$ (2) -9 $|-9|=9$ (3) -1.5 $|-1.5|=1.5$ (4) $+\frac{1}{6}$ $\left|+\frac{1}{6}\right|=\frac{1}{6}$

수의 대소는 어떻게 비교하는가?

자연수를 수직선 위에 나타내면 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

마찬가지로 유리수를 수직선 위에 나타내면 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

▸ 수직선에서 양의 부호 +는 생략하여 나타내기도 한다.



지도 Tips & 유의점 수를 수직선 위에 나타낼 때, 음수는 0보다 왼쪽에 있으므로 (음수)<0, 양수는 0보다 오른쪽에 있으므로 $0<$(양수)임을 알게 한다.

따라서 다음을 알 수 있다.

(음수)<0, $0<$(양수), (음수)$<$(양수)

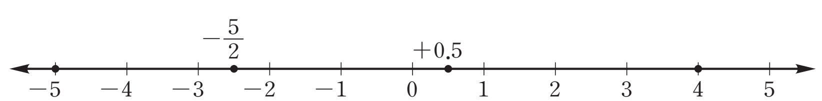
활동지 유리수의 대소 관계

다음을 통하여 수직선에서 부호가 같은 두 수의 크기를 비교하는 방법을 알아보자.

지도 목표 수직선 위에 나타내어진 수를 보고, 두 수의 대소를 비교할 수 있게 한다.

함께 하기

-5, $-\frac{5}{2}$, $+0.5$, $+4$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다. □ 안에는 알맞은 수를, ○ 안에는 부등호 $>$, $<$ 중에서 알맞은 것을 써넣어 보자.



1 $+4$는 $+0.5$보다 오른쪽에 있으므로 $\boxed{+4}$는 $\boxed{+0.5}$보다 크다.

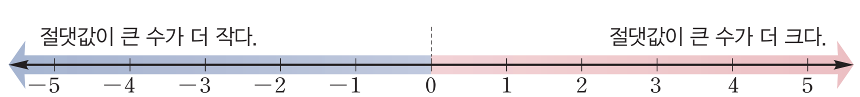
➡ $+4$ (>) $+0.5$

2 $-\frac{5}{2}$는 -5보다 오른쪽에 있으므로 $\boxed{-\frac{5}{2}}$는 $\boxed{-5}$보다 크다.

➡ $-\frac{5}{2}$ (>) -5

오개념 지도 음수끼리의 대소 비교에서 대소 관계를 반대로 생각하지 않도록 수를 수직선 위에 나타낸 후, 대소를 비교할 수 있도록 지도한다.

위의 활동에서 수를 수직선 위에 나타냈을 때, 양수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수가 더 크고, 음수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수가 더 작음을 알 수 있다. 즉, 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

수의 대소 관계

❶ 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
❷ 양수는 음수보다 크다.
❸ 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크다.
❹ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

보기 ① $+4.5$의 절댓값이 $+3.6$의 절댓값보다 크므로 $+4.5>+3.6$
② -9의 절댓값이 -2의 절댓값보다 크므로 $-9<-2$

문제 8 [평가 기준 중]
두 수의 대소를 비교할 수 있게 한다.
다음 ○ 안에 부등호 $>$, $<$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) -7 (>) $+3$ (2) $+5.2$ (>) 0

(3) $-\frac{7}{3}$ (<) 0 (4) -15 (>) -20

문제 9 [평가 기준 중]
수의 대소 관계를 이용하여 여러 개의 수의 대소를 비교할 수 있게 한다.
다음 수를 큰 것부터 차례대로 나열하시오. $+5.4$, $+2$, $+\frac{1}{3}$, 0, -7, -11

$+5.4$, -7, $+2$, 0, $+\frac{1}{3}$, -11

▸ 기호 ≥은 '>' 또는 '='을 뜻한다.

어떤 수 a에 대하여 'a는 3 이상이다' 또는 'a는 3보다 크거나 같다'를 기호로

$a\geq3$

과 같이 나타낸다. 또 'a는 3 이하이다' 또는 'a는 3보다 작거나 같다'를 기호로

$a\leq3$

과 같이 나타낸다.

마찬가지로 세 수의 대소 관계도 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다. 예를 들어 'a는 -2 이상 5 미만이다' 또는 'a는 -2보다 크거나 같고 5보다 작다'를 기호로

$-2\leq a<5$

와 같이 나타낸다.

지도 Tips & 유의점 수의 대소 관계를 부등호 $>$, $<$, $\geq$, $\leq$을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

부등호	표현 방법
• x는 a보다 크다. • x는 a 초과이다.	$x>a$
• x는 a보다 작다. • x는 a 미만이다.	$x<a$
• x는 a보다 크거나 같다. • x는 a보다 작지 않다. • x는 a 이상이다.	$x\geq a$
• x는 a보다 작거나 같다. • x는 a보다 크지 않다. • x는 a 이하이다.	$x\leq a$

문제 10 [평가 기준 하]

수의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

다음을 부등호를 사용하여 나타내시오.

(1) a는 7보다 크거나 같다. $a\geq 7$

(2) b는 $\frac{5}{8}$보다 작거나 같다. $b\leq\frac{5}{8}$

(3) c는 $-\frac{2}{7}$ 초과 3 이하이다. $-\frac{2}{7}<c\leq 3$

(4) d는 -2 이상 $-\frac{3}{8}$ 미만이다. $-2\leq d<-\frac{3}{8}$

생각이 크는 수학

주어진 표를 이해하여 수를 연대표 위에 나타내고, 연대표를 해석할 수 있게 한다. 창의・융합 의사소통

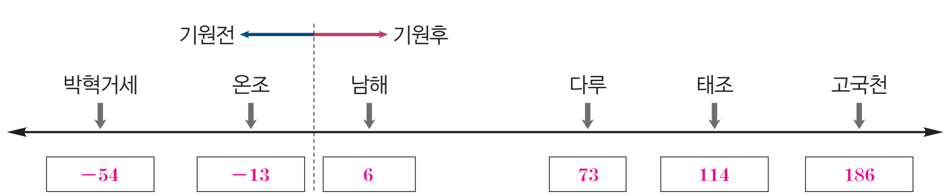
일식은 지구 주위를 공전하는 달이 태양의 일부를 가리는 천문 현상이다. 옛날 사람들은 일식을 불길한 징조로 여겼기 때문에, 일식이 일어나는 때를 예측하여 화를 피하기 위한 의식을 치르기도 하였다. 일식을 관측하고 기록한 사실을 통하여 그 시대의 뛰어난 과학 기술과 수학적 능력을 엿볼 수 있다.

다음 표는 고구려, 백제, 신라에서 일식을 관측한 기록의 일부이다.

나라	연도(년)	왕 이름
고구려	114	태조
	186	고국천
백제	기원전 13	온조
	73	다루
신라	기원전 54	박혁거세
	6	남해

(출처: 김용운, 김용국, 『한국 수학사』)

1 표에 기록된 일식이 일어난 때를 아래와 같이 수직선 모양의 연대표로 나타내려고 한다. □ 안에 알맞은 연도를 써넣어 보자. (단, 0년은 없으며, 기원전 12년은 -12로 나타낸다.)



2 1에서 완성한 연대표에서 기원전 14년부터 113년 사이에 몇 번의 일식이 일어났는지 말해 보자. 3번

소단원 확인 문제

16~19차시

02 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

학습 목표 • 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다. 지도한다.

지도상의 유의점
- 정수의 덧셈과 뺄셈을 여러 가지 모델을 이용하여 직관적으로 이해하게 한다.
- 뺄셈은 덧셈의 역연산으로 이해하게 한다.
- 덧셈의 교환법칙과 결합법칙은 간단한 예를 통하여 계산에 도움이 되는 정도로만

다가서기

지도 목표 두 수 8과 3의 차를 구하려면 $8-3=5$와 같이 8에서 3을 빼는 것과 같은 원리로 일교차를 구하려면 $9-(-2)$를 계산해야 함을 알게 하고, 정수와 유리수의 덧셈, 뺄셈에 대하여 호기심을 갖게 한다.

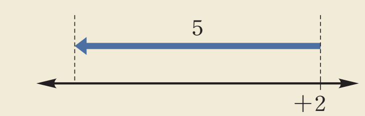
애니메이션

정수와 유리수의 덧셈은 어떻게 하는가?

지도 목표 수직선에서 왼쪽으로 이동하는 것은 음수를 더하는 것과 같음을 이해하게 한다.

생각 열기

수직선 위의 $+2$를 나타내는 점에서 왼쪽으로 5만큼 이동한 점이 나타내는 수는 얼마인지 말해 보자. -3



수직선 위의 $+2$를 나타내는 점에서 왼쪽으로 5만큼 이동한 점이 나타내는 수는 -3이다. 이것을 덧셈식 $(+2)+(-5)=-3$으로 나타낼 수 있다.

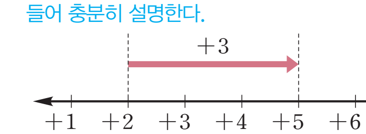
이와 같이 수직선에서 오른쪽으로 이동하는 것을 양수, 왼쪽으로 이동하는 것을 음수로 나타내면 수직선을 이용하여 정수의 덧셈을 계산할 수 있다.

지도 Tips & 유의점 수직선을 이용하여 덧셈을 설명할 때 부호는 이동 방향을, 숫자는 이동 거리를 뜻함을 예를 들어 충분히 설명한다.

❶ (양의 정수)+(양의 정수)

수직선 위의 $+2$를 나타내는 점에서 오른쪽으로 3만큼 이동한 점이 나타내는 수는 $+5$이다.

따라서 $(+2)+(+3)=+5$이다.

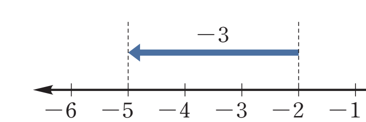


$(+2)+(+3)=+5$

❷ (음의 정수)+(음의 정수)

수직선 위의 -2를 나타내는 점에서 왼쪽으로 3만큼 이동한 점이 나타내는 수는 -5이다.

따라서 $(-2)+(-3)=-5$이다.

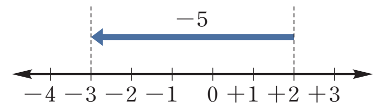


$(-2)+(-3)=-5$

③ (양의 정수)+(음의 정수)

수직선 위의 +2를 나타내는 점에서 왼쪽으로 5만큼 이동한 점이 나타내는 수는 −3이다.

따라서 $(+2)+(-5)=-3$이다.

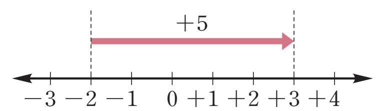


$(+2)+(-5)=-3$

④ (음의 정수)+(양의 정수)

수직선 위의 −2를 나타내는 점에서 오른쪽으로 5만큼 이동한 점이 나타내는 수는 +3이다.

따라서 $(-2)+(+5)=+3$이다.



$(-2)+(+5)=+3$

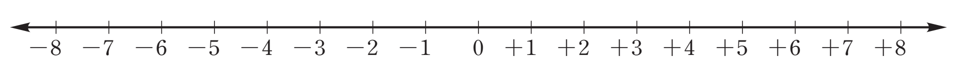
수직선을 이용하여 정수의 덧셈을 할 수 있게 한다.

문제 1 [평가 기준 하]

수직선을 이용하여 다음을 계산하시오.

(1) $(+3)+(+4)$ **+7** (2) $(+1)+(-6)$ **−5**

(3) $(-1)+(+5)$ **+4** (4) $(-4)+(-2)$ **−6**



수직선을 이용하여 계산한 정수의 덧셈은 다음과 같이 절댓값을 이용하여 계산한 결과와 같다.

$(+2)+(+3)=+5=+(2+3)$

$(-2)+(-3)=-5=-(2+3)$

$(+2)+(-5)=-3=-(5-2)$

$(-2)+(+5)=+3=+(5-2)$

(+)+(+) ➡ +(절댓값의 합)

(−)+(−) ➡ −(절댓값의 합)

(+)+(−), (−)+(+) ➡ ●(절댓값의 차)

└절댓값이 큰 수의 부호

지도 Tips & 유의점

유리수의 덧셈은 정수의 덧셈으로부터 자연스럽게 확장하여 같은 원리임을 알게 한다.

일반적으로 유리수의 덧셈도 정수의 덧셈과 같은 방법으로 다음과 같이 계산한다.

유리수의 덧셈

❶ 부호가 같은 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙여서 계산한다.

❷ 부호가 다른 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙여서 계산한다.

참고 ① 어떤 수와 0의 합은 그 수 자신이다.
② 절댓값은 같으나 부호가 다른 두 수의 합은 0이다.

예제 1

다음을 계산하시오.

(1) $(+4)+(-7)$ (2) $(-6)+(+5)$

(3) $(+2.1)+(+3.5)$ (4) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

풀이 (1) $(+4)+(-7)=-(7-4)=-3$

(2) $(-6)+(+5)=-(6-5)=-1$

(3) $(+2.1)+(+3.5)=+(2.1+3.5)=+5.6$

(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{8}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)=-\left(\frac{8}{12}+\frac{3}{12}\right)=-\frac{11}{12}$

▸ 분수로 나타내어진 유리수의 덧셈은 먼저 통분한 후 계산한다.

답 (1) −3 (2) −1 (3) +5.6 (4) $-\frac{11}{12}$

유리수의 덧셈을 할 수 있게 한다.

문제 2 [평가 기준 하]

다음을 계산하시오.

(1) $(+8)+(+5)$ **+13** (2) $(-9)+(+9)$ **0**

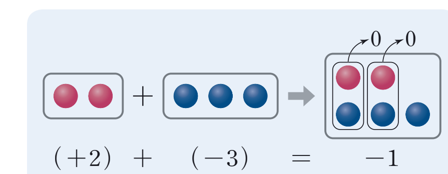
(3) $(+5.7)+(-2.4)$ **+3.3** (4) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{7}\right)$ **$-\frac{22}{35}$**

생각이 크는 수학

셈돌 모델을 이용한 구체적 조작 활동을 통해 정수의 덧셈의 원리를 직관적으로 이해하게 한다.

문제 해결 의사소통

오른쪽 그림은 +1을 ● 1개로, −1을 ● 1개로 나타내어 $(+2)+(-3)$을 계산한 것이다.



▶ 위와 같은 방법으로 다음 덧셈을 그림으로 나타내고 설명해 보자.

(1) $(+4)+(+3)$ **+7** (2) $(-3)+(-4)$ **−7**

그림 생략 그림 생략

(3) $(+5)+(-3)$ **+2** (4) $(-4)+(+1)$ **−3**

그림 생략 그림 생략

덧셈의 교환법칙, 결합법칙이란 무엇인가?

지도 목표 조삼모사의 유래를 통해 두 수를 더할 때 두 수의 순서를 바꾸어 더해도 그 결과가 같음을 알게 한다.

생각 열기

다음은 고사성어 '조삼모사(朝三暮四)'의 유래이다.

▶ 도토리를 아침에 3톨, 저녁에 4톨씩 먹는 것과 아침에 4톨, 저녁에 3톨씩 먹는 것 중에서 어느 쪽이 하루 동안 도토리를 더 많이 먹게 되는지 말해 보자. 하루 동안 먹는 도토리의 양은 7톨로 같다.

지도 Tips & 유의점

- 두 수 $+4$와 -3의 덧셈 결과를 비교하여 덧셈의 교환법칙이 성립함을 알게 한다. 교환법칙은 연산에 따라 그 의미가 다르므로 단순히 교환법칙이라 하지 않고 반드시 덧셈의 교환법칙이라 하도록 지도한다.
- 세 수 -4, $+6$, -7의 덧셈 결과를 비교하여 덧셈의 결합법칙이 성립함을 알게 한다. 덧셈의 결합법칙도 덧셈의 교환법칙과 마찬가지로 결합법칙이라 하지 않고 반드시 덧셈의 결합법칙이라 하도록 지도한다.

두 수 $+4$와 -3의 덧셈에서

$$(+4)+(-3)=+1,\quad (-3)+(+4)=+1$$

과 같이 두 수의 순서를 바꾸어 더해도 그 결과는 같다. 즉, 다음이 성립한다.

$$(+4)+(-3)=(-3)+(+4)$$

이것을 덧셈의 **교환법칙**이라고 한다.

또 세 수 -4, $+6$, -7의 덧셈에서

$$\{(-4)+(+6)\}+(-7)=(+2)+(-7)=-5$$

$$(-4)+\{(+6)+(-7)\}=(-4)+(-1)=-5$$

와 같이 어느 두 수를 먼저 더해도 그 결과는 같다. 즉, 다음이 성립한다.

$$\{(-4)+(+6)\}+(-7)=(-4)+\{(+6)+(-7)\}$$

이것을 덧셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

덧셈의 계산 법칙

세 수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

① 덧셈의 교환법칙: $a+b=b+a$

② 덧셈의 결합법칙: $(a+b)+c=a+(b+c)$

참고 세 수의 덧셈에서 $(a+b)+c$와 $a+(b+c)$의 결과가 같으므로 이를 보통 괄호 없이 $a+b+c$로 나타낸다.

지도 Tips & 유의점

$a+b+c$에서 덧셈의 결합법칙이 성립하므로 앞의 두 수 a, b를 먼저 더한 후 뒤의 수 c를 더한 값과 뒤의 두 수 b, c를 먼저 더한 후 앞의 수 a를 더한 값이 같으며, 더 나아가 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하면 a, c를 먼저 더한 후 b를 더한 값도 같으므로 다음이 성립한다.

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)=(a+c)+b$$

세 개 이상의 수의 덧셈에서는 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 더하는 순서를 바꾸어 계산하면 편리한 경우가 있다.

예제 2 $\left(-\frac{3}{5}\right)+(-6)+\left(+\frac{8}{5}\right)$을 계산하시오.

풀이
$$\begin{aligned}&\left(-\frac{3}{5}\right)+(-6)+\left(+\frac{8}{5}\right)\\ &=\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{8}{5}\right)+(-6) \quad \text{덧셈의 교환법칙}\\ &=\left\{\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{8}{5}\right)\right\}+(-6) \quad \text{덧셈의 결합법칙}\\ &=(+1)+(-6)\\ &=-(6-1)=-5\end{aligned}$$

답 -5

지도 Tips & 유의점

세 개 이상의 수를 더할 때, 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하면 계산이 쉬운 수부터 먼저 계산할 수 있음을 설명하여 덧셈의 교환법칙과 결합법칙의 유용성을 알게 한다.

문제 3 [평가 기준 중]

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 유리수의 덧셈을 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $(+7)+(-11)+(-5)$ -9

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)+(+3)+\left(-\frac{1}{4}\right)$ $+\frac{9}{4}$

(3) $(-4.3)+(+6)+(+5.3)$ $+7$

정수와 유리수의 뺄셈은 어떻게 하는가?

지도 목표 자연수에서의 덧셈과 뺄셈 사이의 관계를 이용하여 뺄셈의 원리를 이해하게 한다.

생각 열기

다음은 덧셈과 뺄셈 사이의 관계를 나타낸 것이다.

$\boxed{3}+2=5$이면 $5-2=\boxed{3}$이다.	$\boxed{9}-3=6$이면 $6+3=\boxed{9}$이다.

▶ 위의 관계에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

지도 Tips & 유의점

학생들은 덧셈과 뺄셈 사이의 관계를 개념적으로 알고 있으므로 자연수에서 정수, 유리수로 수를 확장하여 뺄셈의 원리를 이해하도록 지도한다.

자연수의 덧셈과 뺄셈에서 $4+2=6$이면 $6-4=2$와 $6-2=4$가 성립한다. 정수의 덧셈과 뺄셈 사이에도 이와 같은 관계가 성립한다.

예를 들어 $(+5)+(-2)=+3$에서

$$(+3)-(+5)=-2, \qquad (+3)-(-2)=+5$$

이다. 한편, 정수의 덧셈에서

$$(+3)+(-5)=-2, \qquad (+3)+(+2)=+5$$

이므로 정수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산할 수 있다.

오개념 지도
뺄셈을 덧셈으로 고쳐서 계산할 때, 빼는 수의 부호를 바꾸지 않고 계산을 하여 틀리는 경우가 많으므로 반드시 빼는 수의 부호를 바꾸어야 함을 인식할 수 있도록 지도한다.

덧셈으로 고친다.
$$(+3)-(+5)=(+3)+(-5)$$
부호를 바꾼다.

덧셈으로 고친다.
$$(+3)-(-2)=(+3)+(+2)$$
부호를 바꾼다.

지도 Tips & 유의점
유리수의 뺄셈은 정수의 뺄셈으로부터 자연스럽게 확장하여 같은 원리임을 알게 한다.

일반적으로 유리수의 뺄셈도 정수의 뺄셈과 같은 방법으로 다음과 같이 계산한다.

유리수의 뺄셈

두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

참고 어떤 수에서 0을 빼면 그 수 자신이다.

예제 3

다음을 계산하시오.

(1) $(+2)-(+8)$ (2) $\left(-\frac{1}{10}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)$

오개념 지도
덧셈과 달리 뺄셈에서는 교환법칙이 성립하지 않음을 주의하도록 지도한다.

풀이 (1) $(+2)-(+8)=(+2)+(-8)$
$=-(8-2)=-6$

(2) $\left(-\frac{1}{10}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)$
$=\left(-\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{4}{10}\right)$
$=+\left(\frac{4}{10}-\frac{1}{10}\right)=+\frac{3}{10}$

답 (1) -6 (2) $+\frac{3}{10}$

문제 4 [평가 기준 하]

정수와 유리수의 뺄셈을 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $(+7)-(+9)$ -2 (2) $(-7.2)-(+5.8)$ -13

(3) $\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{7}{4}\right)$ $+\frac{25}{12}$ (4) $\left(-\frac{5}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{7}{6}$

문제 5 [평가 기준 상]

정수의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 세계 표준시의 시차를 구할 수 있게 한다.

다음 그림은 경도 0°에 있는 그리니치 천문대의 시각을 기준으로 세계 여러 나라의 시차를 나타낸 것이다. 예를 들어 서울의 $+9$는 서울의 시각이 그리니치 천문대의 시각보다 9시간 빠르다는 뜻이고, 뉴욕의 -5는 뉴욕의 시각이 그리니치 천문대의 시각보다 5시간 느리다는 뜻이다.

(1) 서울은 파리보다 몇 시간 빠른지 구하시오. 8시간

(2) 서울은 상파울루보다 몇 시간 빠른지 구하시오. 12시간

(3) 두바이가 월요일 오전 7시일 때, 뉴욕의 요일과 시각을 각각 구하시오. 일요일, 오후 10시

덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식은 먼저 뺄셈을 덧셈으로 고친 후에 계산한다. 이때 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 더하는 순서를 바꾸어 계산하면 편리한 경우가 있다.

지도 Tips & 유의점
덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식은 먼저 뺄셈을 덧셈으로 고친 후 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계산이 쉬운 수부터 먼저 계산하게 한다.

예제 4

$\left(-\frac{3}{7}\right)-(-3)+\left(-\frac{4}{7}\right)$를 계산하시오.

풀이 $\left(-\frac{3}{7}\right)-(-3)+\left(-\frac{4}{7}\right)=\left(-\frac{3}{7}\right)+(+3)+\left(-\frac{4}{7}\right)$
$=(+3)+\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)$ 덧셈의 교환법칙
$=(+3)+\left\{\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)\right\}$ 덧셈의 결합법칙
$=(+3)+(-1)=+2$

답 $+2$

문제 6 [평가 기준 중]

덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $(+6)-(-2.8)+(-5.8)$ $+3$ (2) $\left(-\frac{2}{5}\right)+(-7)-\left(+\frac{4}{5}\right)-(-3)$ $-\frac{26}{5}$

지도 Tips & 유의점
수의 덧셈과 뺄셈에서 양수는 양의 부호와 괄호를 생략하여 나타낼 수 있고, 식의 맨 앞에 음수가 나오면 괄호를 생략하여 나타낼 수 있다.
따라서 양의 부호가 생략된 식은 양의 부호와 괄호가 있는 식으로 고쳐서 계산할 수도 있음을 알게 한다.

★−▲=★+(−▲)

덧셈과 뺄셈에서 $4-5+8$과 같이 양의 부호 $+$가 생략되어 있는 경우에는

$$4-5+8=(+4)-(+5)+(+8)=(+4)+(-5)+(+8)$$

과 같이 생략된 양의 부호 $+$를 넣은 후 뺄셈을 덧셈으로 고쳐서 계산할 수도 있다.

예제 5 $2-5+\frac{3}{4}$을 계산하시오.

오개념 지도
$2-5$를 부호가 있는 식으로 바꾸면 $(+2)-(+5)$이므로 두 식은 같은 식임을 알도록 지도한다.

풀이 1 $2-5+\frac{3}{4}$

$=(+2)-(+5)+\left(+\frac{3}{4}\right)$

$=\{(+2)+(-5)\}+\left(+\frac{3}{4}\right)$

$=(-3)+\left(+\frac{3}{4}\right)=-\frac{9}{4}$

풀이 2 $2-5+\frac{3}{4}$

$=-3+\frac{3}{4}$

$=-\frac{12}{4}+\frac{3}{4}$

$=-\frac{9}{4}$

답 $-\frac{9}{4}$

양의 부호가 생략된 유리수의 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

문제 7 [평가 기준 중]

다음을 계산하시오.

−▲+★
=(−▲)+★

(1) $-2+5-9$ -6 (2) $7-2-16$ -11

(3) $-3.7-4.1+6.7$ -1.1 (4) $\frac{5}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{2}$ $\frac{10}{3}$

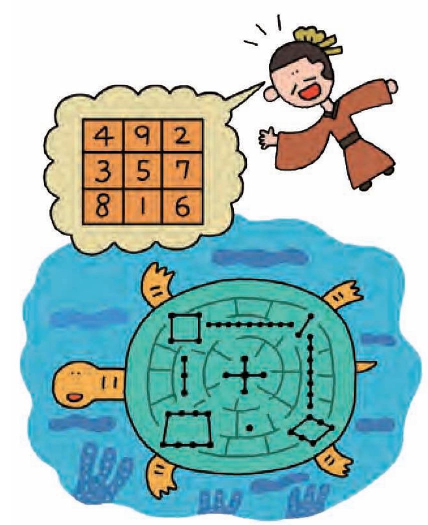
지도 Tips & 유의점
정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 계산 과정에 익숙해지면 괄호가 있는 식으로 바꾸거나 뺄셈을 덧셈으로 고치는 과정을 생략하여 계산할 수 있게 한다.

마방진의 원리를 이해하고 이를 활용하여 정수의 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식의 계산을 할 수 있게 하여 흥미를 느낄 수 있게 한다.

문제 해결 태도 및 실천

생각이 크는 수학

마방진은 중국 하나라 우임금 때 이상한 그림이 새겨진 거북의 등껍질을 발견한 데서 유래된 것으로, 여러 개의 수를 정사각형 모양으로 배열하여 가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합이 모두 같도록 만든 것이다. 예를 들어 오른쪽 그림의 마방진에서 가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합은 모두 15이다.



1 다음 그림 중에서 마방진이 될 수 있는 것과 될 수 없는 것을 말해 보자. 마방진이 될 수 있는 것: (1), 마방진이 될 수 없는 것: (2)

(1)

	0	
3	−1	−2

(2)

−1		
−8	−2	
0		

2 1에서 마방진이 될 수 없는 것의 가운데 숫자를 바꾸어 마방진이 되도록 만들고, 친구와 바꾸어 풀어 보자. 예시 [문제]

−1		
−8	−3	
0		

답

−1	−2	−6
−8	−3	2
0	−4	−5

소단원 확인 문제

활동지 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

문제 해결

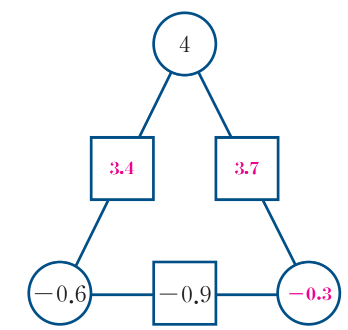
숫자 퍼즐의 비밀 풀기

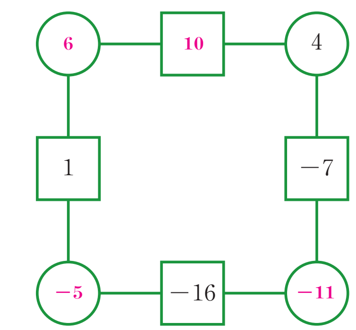
지도 목표 퍼즐을 통해 정수의 덧셈과 뺄셈을 계산하는 데 흥미를 갖게 한다.

정수는 자연수에 양의 부호와 음의 부호를 붙인 수와 0으로 이루어지고, 유리수는 분자와 분모가 자연수인 분수에 양의 부호와 음의 부호를 붙인 수와 0으로 이루어짐을 배웠다.

여기서는 재미있는 퍼즐을 풀면서 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 원리를 더 익혀 보자.

활동 1 다음 그림에서 □ 안에 있는 수가 이웃하는 ○ 안에 있는 두 수의 합이 되도록 빈칸을 채워 보자.





활동 2 유리수의 덧셈과 뺄셈이 성립하도록 다음 그림의 빈칸을 채워 보자.

$\frac{2}{5}$	$+$	-1	$=$	$-\frac{3}{5}$
$+$		$+$		$+$
$-\frac{1}{5}$	$+$	$\frac{4}{5}$	$=$	$\frac{3}{5}$
$=$		$=$		$=$
$\frac{1}{5}$	$+$	$-\frac{1}{5}$	$=$	0

21~22차시

03 정수와 유리수의 곱셈

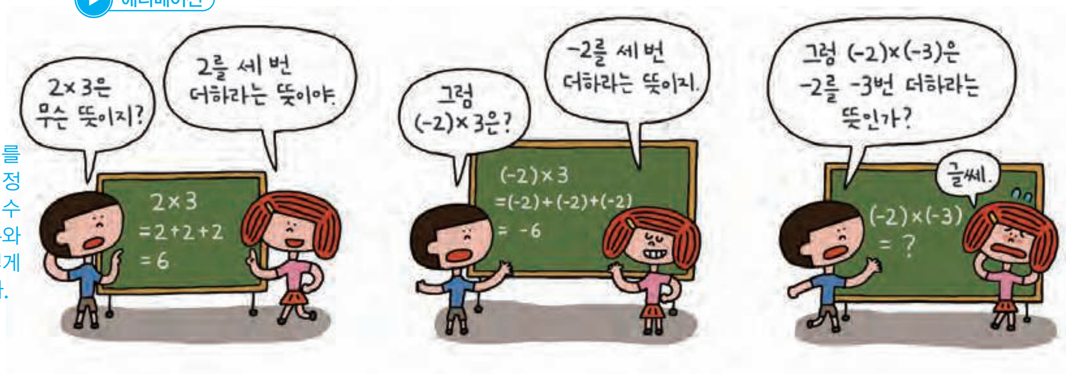
학습 목표 • 정수와 유리수의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

지도상의 유의점
- 귀납적 과정을 통하여 정수와 유리수의 곱의 부호가 결정되는 원리를 발견할 수 있도록 지도한다.
- 여러 개의 수의 곱셈에서는 절댓값의 곱을 구한 후, 음수가 짝수 개이면 양의 부호 $+$, 음수가 홀수 개이면 음의 부호 $-$를 붙여 계산하게 한다.
- 곱셈의 교환법칙과 결합법칙, 분배법칙은 간단한 예를 통하여 계산에 도움이 되는 정도로만 지도한다.

애니메이션

다가서기

지도 목표 자연수의 곱셈의 원리를 상기시키며 자연스럽게 정수의 곱셈으로 확장할 수 있도록 설명하고, 음수와 음수를 곱했을 때 어떻게 될지 호기심을 갖게 한다.



정수와 유리수의 곱셈은 어떻게 하는가?

지도 목표 귀납적 과정을 통하여 곱하는 수에 따른 곱의 규칙을 찾아 양의 정수와 음의 정수의 곱셈의 원리를 이해하게 한다.

생각 열기

양의 정수 $+5$에 정수를 곱한 결과가 오른쪽과 같다.

$(+5)\times(+3)=+15$
$(+5)\times(+2)=+10$
$(+5)\times(+1)=+5$
$(+5)\times\ 0\ =0$

▶ 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 얼마씩 작아지는지 말해 보자. 5씩 작아진다.

양의 정수 $+5$에 정수를 곱할 때, 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 다음과 같이 5씩 작아진다.

$$\begin{aligned}
(+5)\times(+2) &= +10 = +(5\times2)\\
(+5)\times(+1) &= +5 = +(5\times1)\\
(+5)\times\ 0\ &= 0 = 5\times0\\
(+5)\times(-1) &= -5 = -(5\times1)\\
(+5)\times(-2) &= -10 = -(5\times2)
\end{aligned}$$

1씩 작아진다. ⋮ 5씩 작아진다.

지도 Tips & 유의점 $+5$에 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 5씩 작아짐을 확인하게 하고, 이 규칙이 (양의 정수)×0, (양의 정수)×(음의 정수)에서도 성립함을 설명한다.

따라서 양의 정수와 양의 정수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 $+$를 붙여서 계산하고, 양의 정수와 음의 정수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 $-$를 붙여서 계산한다.

$(+)\times(+)$ ➡ $(+)$
$(+)\times(-)$ ➡ $(-)$

오개념 지도 정수의 덧셈을 배우고 나서 정수의 곱셈을 배울 때, 학생들이 덧셈에서와 같은 방법으로 곱셈의 부호를 정하는 경우가 있다. 예를 들어
$(-2)\times(+3)=+(2\times3)$
$(-2)\times(-3)=-(2\times3)$
으로 잘못 계산하는 경우가 많이 있다.
따라서 두 연산의 차이점을 명확하게 구분할 수 있도록 강조하여 지도한다.

이제 음의 정수와 정수의 곱셈을 알아보자.

5×3은 5를 3번 더한 것과 같으므로

$$5\times3=5+5+5=15$$

와 같이 계산할 수 있다.

마찬가지로 $(-5)\times3$은 -5를 3번 더한 것과 같으므로

$$(-5)\times3=(-5)+(-5)+(-5)=-15$$

와 같이 계산할 수 있다.

음의 정수 -5에 정수를 곱할 때, 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 다음과 같이 5씩 커진다.

$$\begin{aligned}
(-5)\times(+2) &= -10 = -(5\times2)\\
(-5)\times(+1) &= -5 = -(5\times1)\\
(-5)\times\ 0\ &= 0 = 5\times0\\
(-5)\times(-1) &= +5 = +(5\times1)\\
(-5)\times(-2) &= +10 = +(5\times2)
\end{aligned}$$

1씩 작아진다. ⋮ 5씩 커진다.

따라서 음의 정수와 양의 정수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 $-$를 붙여서 계산하고, 음의 정수와 음의 정수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 $+$를 붙여서 계산한다.

$(-)\times(+)$ ➡ $(-)$
$(-)\times(-)$ ➡ $(+)$

한편,

$$(+5)\times0=0,\quad (-5)\times0=0$$

과 같이 어떤 정수와 0의 곱은 0이다.

지도 Tips & 유의점 곱셈의 원리는 정수를 통하여 알게 하고, 유리수의 곱셈은 정수의 곱셈으로부터 자연스럽게 확장하여 같은 원리임을 알게 한다.

일반적으로 유리수의 곱셈도 정수의 곱셈과 같은 방법으로 다음과 같이 계산한다.

유리수의 곱셈

❶ 부호가 같은 두 수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 $+$를 붙여서 계산한다.
❷ 부호가 다른 두 수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 $-$를 붙여서 계산한다.
❸ 어떤 수와 0의 곱은 0이다.

예제 1 다음을 계산하시오.

(1) $(+7)\times(-4)$　　(2) $(-6)\times(-4)$

(3) $-2\times(+1.5)$　　(4) $\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{2}{5}\right)$

$-▲\times★$
$=(-▲)\times★$

풀이 (1) $(+7)\times(-4)=-(7\times4)=-28$

(2) $(-6)\times(-4)=+(6\times4)=+24$

(3) $-2\times(+1.5)=-(2\times1.5)=-3$

(4) $\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{2}{5}\right)=+\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\right)=+\frac{4}{15}$

답 (1) -28　(2) $+24$　(3) -3　(4) $+\frac{4}{15}$

유리수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

문제 1 [평가 기준 하] 다음을 계산하시오.

(1) $(+9)\times(-4)$ -36　　(2) $(-1.8)\times\left(+\frac{1}{6}\right)$ $-\frac{3}{10}$

(3) $-\frac{3}{8}\times\left(-\frac{2}{7}\right)$ $+\frac{3}{28}$　　(4) $0\times\left(-\frac{13}{7}\right)$ 0

일정한 속력으로 달리는 모노레일의 방향과 시간에 따른 위치를 이용하여 정수의 곱셈을 이해하게 한다.

생각이 크는 수학　문제 해결　창의・융합

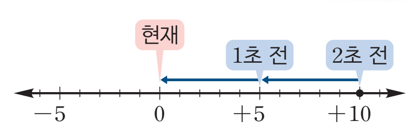
직선 선로 위를 일정한 속력으로 달리는 모노레일이 있다. 모노레일의 위치를 수직선 위의 점으로 나타내어 정수의 곱셈을 계산해 보자.

모노레일의 현재 위치를 0이라 하면 모노레일이 초속 5 m로 오른쪽으로 1초 동안 달린 후의 위치는 $+5$, 왼쪽으로 1초 동안 달린 후의 위치는 -5로 나타낼 수 있다. 또 현재 시각을 기준으로 2초 후를 $+2$, 2초 전을 -2로 나타낼 수 있다.

이와 같은 방법으로 초속 5 m로 왼쪽으로 움직이는 모노레일의 현재 위치를 0이라 하면 2초 전의 위치는 $+10$이다. 즉,

$$(-5)\times(-2)=+10$$

이다.



▶ 위와 같은 방법으로 다음 곱셈을 설명해 보자.

(1) $(+5)\times(+4)$　　(2) $(+5)\times(-4)$

(3) $(-5)\times(+4)$　　(4) $(-5)\times(-4)$

(1) 초속 5 m로 오른쪽으로 움직이는 모노레일의 현재 위치를 0이라 하면 4초 후의 위치는 $+20$이므로 $(+5)\times(+4)=+20$
(2) 초속 5 m로 오른쪽으로 움직이는 모노레일의 현재 위치를 0이라 하면 4초 전의 위치는 -20이므로 $(+5)\times(-4)=-20$
(3) 초속 5 m로 왼쪽으로 움직이는 모노레일의 현재 위치를 0이라 하면 4초 후의 위치는 -20이므로 $(-5)\times(+4)=-20$
(4) 초속 5 m로 왼쪽으로 움직이는 모노레일의 현재 위치를 0이라 하면 4초 전의 위치는 $+20$이므로 $(-5)\times(-4)=+20$

곱셈의 교환법칙, 결합법칙이란 무엇인가?

지도 Tips & 유의점
- 두 수 -4와 $+3$의 곱셈 결과를 비교하여 곱셈의 교환법칙이 성립함을 알게 한다. 덧셈의 교환법칙과 마찬가지로 곱셈의 교환법칙도 단순히 교환법칙이라 하지 않고 반드시 곱셈의 교환법칙이라 하도록 지도한다.
- 세 수 $+4$, $+2$, -3의 곱셈 결과를 비교하여 곱셈의 결합법칙이 성립함을 알게 한다. 곱셈의 결합법칙도 덧셈의 결합법칙과 마찬가지로 반드시 곱셈의 결합법칙이라 하도록 지도한다.

두 수 -4와 $+3$의 곱셈에서

$$(-4)\times(+3)=-12,\quad (+3)\times(-4)=-12$$

와 같이 두 수의 순서를 바꾸어 곱해도 그 결과는 같다. 즉, 다음이 성립한다.

$$(-4)\times(+3)=(+3)\times(-4)$$

이것을 곱셈의 **교환법칙**이라고 한다.

또 세 수 $+4$, $+2$, -3의 곱셈에서

$$\{(+4)\times(+2)\}\times(-3)=(+8)\times(-3)=-24$$
$$(+4)\times\{(+2)\times(-3)\}=(+4)\times(-6)=-24$$

와 같이 어느 두 수를 먼저 곱해도 그 결과는 같다. 즉, 다음이 성립한다.

$$\{(+4)\times(+2)\}\times(-3)=(+4)\times\{(+2)\times(-3)\}$$

이것을 곱셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

곱셈의 계산 법칙

세 수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.
❶ 곱셈의 교환법칙: $a\times b=b\times a$
❷ 곱셈의 결합법칙: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

지도 Tips & 유의점
$a\times b\times c$에서 곱셈의 결합법칙이 성립하므로 앞의 두 수 a, b를 먼저 곱한 후 뒤의 수 c를 곱한 값과 뒤의 두 수 b, c를 먼저 곱한 후 앞의 수 a를 곱한 값은 같으며, 더 나아가 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하면 a, c를 먼저 곱한 후 b를 곱한 값도 같으므로 다음이 성립한다.
$a\times b\times c=(a\times b)\times c$
$=a\times(b\times c)$
$=(a\times c)\times b$

참고 세 수의 곱셈에서 $(a\times b)\times c$와 $a\times(b\times c)$의 결과가 같으므로 이를 보통 괄호 없이 $a\times b\times c$로 나타낸다.

세 개 이상의 수의 곱셈에서는 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 곱하는 순서를 바꾸어 계산하면 편리한 경우가 있다.

예제 2 $\left(-\frac{4}{5}\right)\times(+7)\times\left(+\frac{5}{2}\right)$를 계산하시오.

풀이
$$\left(-\frac{4}{5}\right)\times(+7)\times\left(+\frac{5}{2}\right)$$
$$=(+7)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{2}\right)$$ 곱셈의 교환법칙
$$=(+7)\times\left\{\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{2}\right)\right\}$$ 곱셈의 결합법칙
$$=(+7)\times(-2)=-14$$

지도 Tips & 유의점
이미 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 다루었으므로 곱셈의 교환법칙과 결합법칙은 원리를 강조하기보다는 계산이 편리해지는 예를 들어 편리성과 유용성을 알게 한다.

답 -14

문제 2
[평가 기준 중]

곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 세 개 이상의 수의 곱셈을 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $(-2)\times(+4)\times(-14)$ $+112$ (2) $\left(+\frac{4}{3}\right)\times(-2)\times\left(+\frac{9}{4}\right)$ -6

다음을 통하여 수의 곱셈에서 음수의 개수에 따라 곱의 부호가 어떻게 결정되는지 알아보자.

지도 목표 -1을 여러 번 곱할 때의 곱의 부호를 조사하여 수의 곱셈에서 음수의 개수에 따라 곱의 부호가 어떻게 결정되는지 이해할 수 있게 한다.

함께 하기

-1을 여러 번 곱할 때 그 곱의 부호를 조사하려고 한다.

1 다음 표를 완성해 보자.

음수의 개수	곱셈식	곱의 부호
2개	$(-1)\times(-1)=$ $+1$	$+$
3개	$(-1)\times(-1)\times(-1)=$ -1	$-$
4개	$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$ $+1$	$+$
5개	$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$ -1	$-$

2 음수를 짝수 개 곱할 때의 곱의 부호와 홀수 개 곱할 때의 곱의 부호를 각각 말해 보자.

음수를 짝수 개 곱할 때의 곱의 부호는 $+$, 음수를 홀수 개 곱할 때의 곱의 부호는 $-$이다.

위의 활동에서 음수를 짝수 개 곱할 때의 곱의 부호는 $+$이고, 홀수 개 곱할 때의 곱의 부호는 $-$임을 알 수 있다.

따라서 세 개 이상의 수의 곱셈에서는 먼저 곱의 부호를 정하고, 각 수의 절댓값의 곱에 그 부호를 붙여서 계산하면 편리하다.

지도 Tips & 유의점
자연수에서와 같이 정수와 유리수에서도 같은 수를 여러 번 곱할 때 거듭제곱을 사용하여 나타낼 수 있게 한다. 특히, 음의 정수의 거듭제곱은 밑을 나타낼 때 반드시 괄호를 사용하여 나타내도록 지도한다.

보기
① $(-2)\times(-2)\times(-3)=-(2\times2\times3)=-12$

② $(-3)\times(-2)^3=(-3)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$
$=+(3\times2\times2\times2)$
$=+24$

문제 3
[평가 기준 중]

음수의 개수에 따라 곱의 부호가 결정됨을 이해하고, 세 개 이상의 수의 곱셈을 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오. 활동지 곱의 부호

(1) $\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(-\frac{1}{7}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$ $-\frac{1}{35}$ (2) $(+4)\times(-3)\times(-2)\times(-1)$ -24

(3) $(-3)^2\times\left(+\frac{5}{3}\right)$ $+15$ (4) $\left(+\frac{3}{2}\right)\times(-2^3)$ -12

분배법칙이란 무엇인가?

지도 목표 실생활에서의 계산을 통하여 분배법칙의 원리를 발견하게 한다.

생각 열기

지훈이와 윤서는 오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 상자에 담긴 초콜릿의 개수를 각각 다음과 같이 계산했다.

$4\times(6+3)=4\times9=36$

$4\times6+4\times3=24+12=36$

▶ 두 사람의 계산 방법의 차이점을 말해 보자.

지훈이는 (세로의 개수)×(가로의 개수)로 초콜릿의 개수를 구했다.
윤서는 (검은색 상자에 담긴 초콜릿의 개수)+(갈색 상자에 담긴 초콜릿의 개수)로 초콜릿의 개수를 구했다.

덧셈과 곱셈이 섞여 있는 식의 계산을 알아보자.

$4\times\{3+(-6)\}$과 $4\times3+4\times(-6)$을 각각 계산하면 다음과 같다.

$$4\times\{3+(-6)\}=4\times(-3)=-12$$
$$4\times3+4\times(-6)=12+(-24)=-12$$

▸ $4\times\{3+(-6)\}$
$=\underbrace{4\times3}_{①}+\underbrace{4\times(-6)}_{②}$

이와 같이 어떤 수에 두 수의 합을 곱한 것은 어떤 수에 두 수를 각각 곱하여 더한 것과 같다. 이것을 **분배법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

오개념 지도
• 결합법칙과 분배법칙을 혼동하여 $2\times(3\times4)=(2\times3)\times(2\times4)$, $2\times(3+4)=(2\times3)+4$ 와 같이 계산하지 않도록 지도한다.
• 분배법칙을 잘못 이해하여 $a+(b\times c)=a+b\times a+c$ 와 같이 계산하지 않도록 지도한다.

분배법칙

세 수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c,\qquad (a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

생각 톡톡
$a\times b+a\times(-b)$를 계산한 값은 얼마일까? 0

덧셈과 곱셈이 섞여 있는 식의 계산에서 분배법칙을 이용하면 편리한 경우가 있다.

보기
① $14\times\left(-\frac{1}{2}+\frac{2}{7}\right)=14\times\left(-\frac{1}{2}\right)+14\times\frac{2}{7}=-7+4=-3$

② $\frac{2}{5}\times(-6)+\left(-\frac{12}{5}\right)\times(-6)=\left(\frac{2}{5}-\frac{12}{5}\right)\times(-6)$
$=(-2)\times(-6)=12$

문제 4
[평가 기준 중]

분배법칙을 이용하여 덧셈과 곱셈이 섞여 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

분배법칙을 이용하여 다음을 계산하시오.

(1) $15\times\left(-\frac{5}{3}+\frac{2}{5}\right)$ -19 (2) $\left(-\frac{8}{5}\right)\times(-7)+\frac{13}{5}\times(-7)$ -7

소단원 확인 문제

23~25차시

04 정수와 유리수의 나눗셈

학습 목표 • 정수와 유리수의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

지도상의 유의점

• 나눗셈은 곱셈의 역연산임을 간단한 예를 통하여 이해하게 한다.

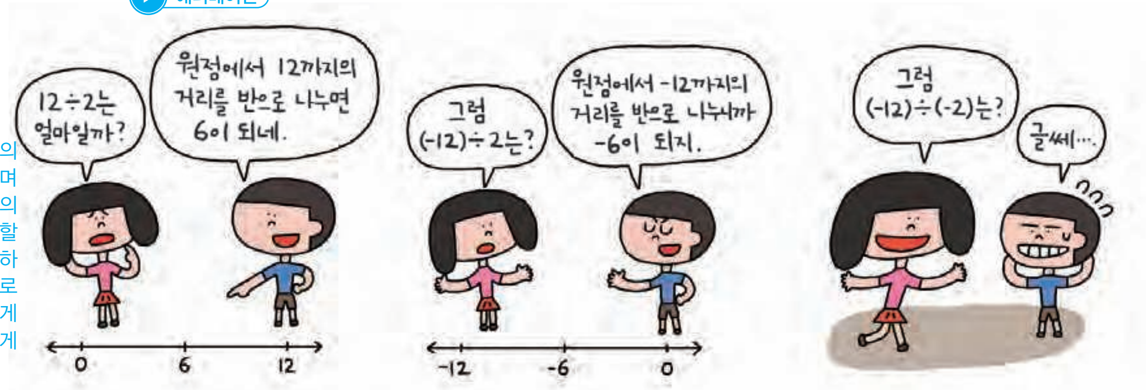
• 정수의 나눗셈의 원리는 유리수의 나눗셈에 그대로 적용되므로, 정수의 나눗셈을 충분히 연습한 다음 유리수의 나눗셈을 계산하게 한다.

• 어떤 수와 0의 곱은 항상 0이지만 나눗셈에서 어떤 수를 0으로 나누는 경우는 생각하지 않도록 지도한다.

애니메이션

다가서기

지도 목표 자연수의 나눗셈의 원리를 상기시키며 자연스럽게 정수의 나눗셈으로 확장할 수 있도록 설명하고, 음수를 음수로 나누었을 때 어떻게 될지 호기심을 갖게 한다.



정수와 유리수의 나눗셈은 어떻게 하는가?

지도 목표 자연수의 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이용하여 나눗셈의 원리를 이해하게 한다.

생각 열기

다음은 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 나타낸 것이다.

$\boxed{6}\times 2=12$이면 $12\div 2=\boxed{6}$이다.	$\boxed{12}\div 2=6$이면 $6\times 2=\boxed{12}$이다.

▶ 위의 관계에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

■×▲=●이면
●÷■=▲
●÷▲=■
가 성립한다.

자연수의 곱셈과 나눗셈에서 $6\times 2=12$이면 $12\div 2=6$과 $12\div 6=2$가 성립한다. 정수의 곱셈과 나눗셈 사이에도 이와 같은 관계가 성립한다.

따라서 정수의 나눗셈은 정수의 곱셈을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$(+6)\times(+2)=+12$이므로 $(+12)\div(+2)=+6$

$(+6)\times(-2)=-12$이므로 $(-12)\div(-2)=+6$

$(-6)\times(-2)=+12$이므로 $(+12)\div(-2)=-6$

$(-6)\times(+2)=-12$이므로 $(-12)\div(+2)=-6$

즉, 두 정수의 나눗셈은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 + 또는 음의 부호 −를 붙여서 계산한다. 이때 그 부호는 정수의 곱셈과 마찬가지로 두 수의 부호에 따라 오른쪽과 같이 정해진다.

$(+)\div(+)$, $(-)\div(-)$ ➡ $+$

$(+)\div(-)$, $(-)\div(+)$ ➡ $-$

한편, $(+3)\times 0=0$, $(-3)\times 0=0$에서

$$0\div(+3)=0,\quad 0\div(-3)=0$$

이므로 0을 0이 아닌 정수로 나눈 몫은 0이다.

▸ 어떤 수를 0으로 나누는 것은 생각하지 않는다.

오개념 지도

$1\div 0=0$, $0\div 0=0$, $0\div 0=1$과 같이 0이 포함된 나눗셈에서 잘못된 개념을 갖는 경우가 있다. 0이 포함된 나눗셈은 다음과 같이 곱셈의 역연산을 이용하도록 지도한다.

0이 아닌 임의의 수 a에 대하여

① $0\div a=\square$에서 $\square\times a=0$이므로 $\square$의 값은 0이다. 따라서 $0\div a=0$이다.

② $a\div 0=\square$에서 $\square\times 0=a$이므로 $\square$의 값은 없다.

③ $0\div 0=\square$에서 $\square\times 0=0$이므로 $\square$의 값은 모든 수이다.

따라서 나눗셈에서 0으로 나누는 것은 생각하지 않는다.

일반적으로 유리수의 나눗셈도 정수의 나눗셈과 같은 방법으로 다음과 같이 계산한다.

유리수의 나눗셈

❶ 부호가 같은 두 수의 나눗셈은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙여서 계산한다.

❷ 부호가 다른 두 수의 나눗셈은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙여서 계산한다.

❸ 0을 0이 아닌 수로 나눈 몫은 0이다.

보기 ① $(-24)\div(-4)=+(24\div 4)=+6$

② $(-5.6)\div(+0.7)=-(5.6\div 0.7)=-8$

문제 1 [평가 기준 하]

유리수의 나눗셈을 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $(+28)\div(-4)$ -7

(2) $(-18)\div(-9)$ $+2$

(3) $(+5.1)\div(+1.7)$ $+3$

(4) $(-6.4)\div(+0.8)$ -8

분자나 분모가 음의 정수인 분수는 두 수의 나눗셈을 이용하여 그 부호를 정할 수 있다. 예를 들어

$$\frac{-3}{5}=(-3)\div 5=-(3\div 5)=-\frac{3}{5}$$

이므로 $\frac{-3}{5}=-\frac{3}{5}$이다.

지도 Tips & 유의점

자연수의 나눗셈과 마찬가지로 두 정수의 나눗셈을 분수로 나타내면 분자와 분모가 부호가 같은 정수인 분수는 양의 유리수이고, 분자와 분모가 부호가 다른 정수인 분수는 음의 유리수임을 이해하게 한다. 또 이를 이용하여 유리수는 분자와 분모가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수임을 설명하고, 이때 분모는 0이 아님에 유의하도록 지도한다.

문제 2 [평가 기준 중]

분자나 분모가 음수인 분수는 나눗셈을 이용하여 그 부호를 정할 수 있음을 알게 한다.

나눗셈을 이용하여 다음을 설명하시오.

(1) $\frac{3}{-5}=-\frac{3}{5}$

$\frac{3}{-5}=3\div(-5)$
$=-(3\div 5)=-\frac{3}{5}$
이므로 $\frac{3}{-5}=-\frac{3}{5}$

(2) $\frac{-3}{-5}=+\frac{3}{5}$

$\frac{-3}{-5}=(-3)\div(-5)$
$=+(3\div 5)=+\frac{3}{5}$
이므로 $\frac{-3}{-5}=+\frac{3}{5}$

역수를 이용한 나눗셈은 어떻게 하는가?

두 수 $\frac{3}{4}$과 $\frac{4}{3}$를 곱하면 1이 된다. 이와 같이 어떤 두 수의 곱이 1일 때, 한 수를 다른 수의 **역수**라고 한다.

생각 톡톡
2의 역수와 -2의 역수는 어떤 차이가 있을까?

2의 역수는 $\frac{1}{2}$이고, -2의 역수는 $-\frac{1}{2}$이므로 부호가 다르다.

보기 $\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=1$이므로 $-\frac{4}{5}$의 역수는 $-\frac{5}{4}$이고, $-\frac{5}{4}$의 역수는 $-\frac{4}{5}$이다.

지도 Tips & 유의점
- 두 수의 곱이 1일 때, 즉 $a\times b=1$일 때 a는 b의 역수이고, b는 a의 역수임을 예를 통하여 알게 한다. 특히, 분수의 역수는 부호는 같고 분자와 분모를 서로 바꾼 수임을 설명한다.
- 소수의 역수를 구할 때는 먼저 소수를 분수로 나타낸 후에 분자와 분모를 서로 바꾼다.

문제 3 [평가 기준 하]

주어진 수의 역수를 구할 수 있게 한다.

다음 수의 역수를 구하시오.

(1) $\frac{5}{3}$ $\frac{3}{5}$ (2) -13 $-\frac{1}{13}$ (3) $-\frac{8}{9}$ $-\frac{9}{8}$ (4) 0.7 $\frac{10}{7}$

지도 Tips & 유의점
초등학교에서 (수)÷(자연수)를 $(수)\times\frac{1}{(자연수)}$로 고쳐서 계산한 것을 상기시키며, 같은 원리로 유리수의 나눗셈에서도 나누는 수의 역수를 곱하여 계산할 수 있음을 지도한다.

자연수의 나눗셈과 분수의 나눗셈은 각각

$$9\div3=9\times\frac{1}{3}=3,\quad 4\div\frac{3}{5}=4\times\frac{5}{3}=\frac{20}{3}$$

과 같이 나누는 수의 역수를 곱하여 계산하였다.

유리수의 나눗셈도 역수를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

곱셈으로 고친다.

$$\frac{3}{5}\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\right)=-\frac{2}{5}$$

역수로 고친다.

$\frac{3}{5}\div\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=-\left(\frac{3}{5}\div\frac{3}{2}\right)$
$=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\right)$
$=-\frac{2}{5}$

예제 1

다음을 계산하시오.

(1) $-\frac{5}{8}\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ (2) $\frac{6}{11}\div(-3)$

풀이 (1) $-\frac{5}{8}\div\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{5}{8}\times\left(-\frac{4}{3}\right)$
$=+\left(\frac{5}{8}\times\frac{4}{3}\right)=\frac{5}{6}$

(2) $\frac{6}{11}\div(-3)=\frac{6}{11}\times\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=-\left(\frac{6}{11}\times\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{11}$

$-▲\div★$
$=(-▲)\div★$

답 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $-\frac{2}{11}$

문제 4 [평가 기준 하]

유리수의 나눗셈을 역수를 이용하여 계산할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $6\div\frac{2}{3}$ 9 (2) $\left(-\frac{3}{14}\right)\div\frac{8}{7}$ $-\frac{3}{16}$

(3) $4.8\div\left(-\frac{12}{7}\right)$ $-\frac{14}{5}$ (4) $-\frac{7}{5}\div(-1.4)$ 1

▸ 나누는 수가 소수인 경우, 소수를 분수로 바꾼 후에 역수를 곱하여 계산한다.

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식은 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계산하면 편리하다.

예제 2

$\left(-\frac{3}{7}\right)\div9\times\left(-\frac{7}{2}\right)$을 계산하시오.

풀이 $\left(-\frac{3}{7}\right)\div9\times\left(-\frac{7}{2}\right)=\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{1}{9}\times\left(-\frac{7}{2}\right)$
$=+\left(\frac{3}{7}\times\frac{1}{9}\times\frac{7}{2}\right)$
$=\frac{1}{6}$

오개념 지도
곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 앞에서부터 순서대로 계산하도록 지도한다.
예를 들어 $6\div3\times2=6\div(3\times2)=6\div6=1$과 같이 계산하지 않도록 한다. 이 경우는 앞에서부터 순서대로 계산하여
$$6\div3\times2=(6\div3)\times2=\left(6\times\frac{1}{3}\right)\times2=2\times2=4$$
와 같이 계산해야 함을 강조한다.

답 $\frac{1}{6}$

문제 5 [평가 기준 중]

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산을 할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $8\times\left(-\frac{3}{4}\right)\div\frac{2}{7}$ -21 (2) $\left(-\frac{3}{5}\right)\div\frac{2}{3}\times\left(-\frac{8}{9}\right)$ $\frac{4}{5}$

(3) $\frac{7}{4}\div\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$ $-\frac{14}{3}$ (4) $(-2)^3\div\frac{4}{9}\div\left(-\frac{3}{8}\right)$ 48

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식은 어떻게 계산하는가?

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식은 곱셈과 나눗셈을 순서대로 먼저 계산한다. 또 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다. 이때 괄호는 소괄호 ( ), 중괄호 { }, 대괄호 [ ]의 순서로 계산한다.

예제 3

$\left(7-8\times\frac{3}{2}\right)\div\left\{2-\left(-\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\right)\right\}$을 계산하시오.

지도 Tips & 유의점

일반적으로 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식은 다음과 같은 순서로 계산한다.
① 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 계산한다.
② 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다. 이때 괄호는 소괄호 ( ), 중괄호 { }, 대괄호 [ ]의 순서로 계산한다.
③ 곱셈과 나눗셈을 순서대로 계산한다.
④ 덧셈과 뺄셈을 순서대로 계산한다.

풀이 $\left(7-8\times\frac{3}{2}\right)\div\left\{2-\left(-\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\right)\right\}=(7-12)\div\left\{2-\left(-\frac{2}{9}\right)\right\}$

$=(-5)\div\left(2+\frac{2}{9}\right)$

$=(-5)\div\frac{20}{9}$

$=-\left(5\times\frac{9}{20}\right)=-\frac{9}{4}$

답 $-\frac{9}{4}$

문제 6

[평가 기준 상]

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산을 할 수 있게 한다.

다음을 계산하시오.

(1) $3-\left\{6\times\left(-\frac{1}{3}\right)+(-3)\right\}$ 8

(2) $11-2\times\left[6\div\left\{(-2)^2-\frac{5}{2}\right\}\right]$ 3

생각이 크는 수학

주어진 규칙에 따라 유리수의 계산을 하여 수학에 흥미를 갖게 한다.

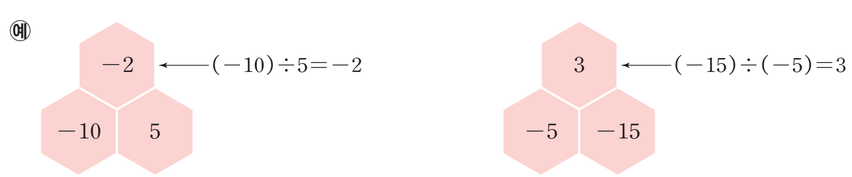
문제 해결 태도 및 실천

활동지 숫자 볼링

다음 규칙에 따라 유리수의 나눗셈을 하는 퍼즐이 있다.

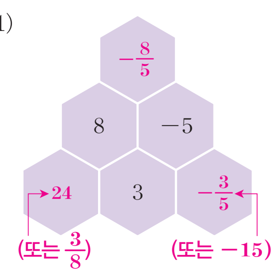
[규칙] 옆으로 이웃한 두 칸에 있는 수 중에서 절댓값이 큰 수를 절댓값이 작은 수로 나눈 결과를 바로 위의 칸에 적는다.

예

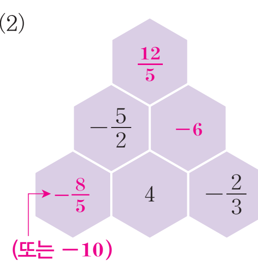


1 다음 퍼즐에서 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

(1)

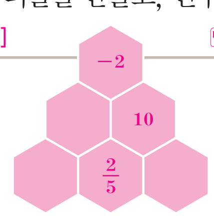


(2)

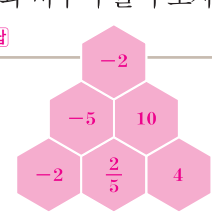


2 1과 같은 퍼즐을 만들고, 친구와 바꾸어 풀어 보자.

예시 [문제]



답



소단원 확인 문제

복잡한 계산에서 계산기 활용하기

지도 목표 계산기의 메모리 기능을 이용하여 복잡한 계산을 할 수 있게 한다.

우리는 일상생활에서 수의 계산을 할 때 계산기를 사용하는 경우가 많다. 계산기는 크게 일반용과 공학용으로 나뉘는데, 우리가 흔히 사용하는 일반용 계산기도 메모리 기능을 이용하면 복잡한 수의 계산을 보다 편리하게 할 수 있다.

여기서는 계산기의 메모리 기능을 알아보고 이를 이용하여 복잡한 수의 계산을 해 보자.

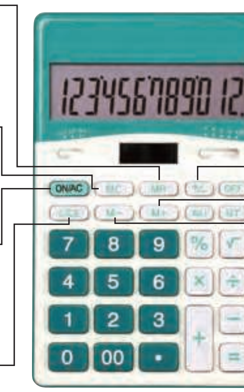
■ 계산기의 메모리 기능

MR 기억 재생 키
M- 또는 M+ 키에 의해 기억된 수를 다시 불러낸다.

MC 기억 지움 키
M- 또는 M+ 키에 의해 기억된 수를 지운다.

ON/AC 지움 키
이제까지 계산된 모든 값을 지운다.

C/CE 정정 키
바로 직전에 누른 숫자나 연산 기호를 정정한다.



+/− 부호 키
표시된 숫자의 부호를 바꾼다.

M+ 양수 기억 키
수 또는 계산 결과를 더하여 기억하고, MR 키를 누르면 그 수가 다시 나타난다.

M− 음수 기억 키
수 또는 계산 결과를 빼서 기억하고, MR 키를 누르면 그 수가 다시 나타난다.

탐구 위의 메모리 기능을 이용하여 다음을 계산하고, 각 단계별 계산 결과를 ☐ 안에 써넣어 보자.

식	키 조작 및 표시 창	계산 결과
$\underbrace{3\times26}_{❶}\overbrace{+8.5\times(-12)}^{❷}\underbrace{-256\div8}_{❸}$	❶ 3 × 2 6 = M+	78
	❷ 8 . 5 × 1 2 +/− = M+	−102
	❸ 2 5 6 ÷ 8 = M−	−32
	답 MR	−56
$\underbrace{(-57)\times48\div(\overbrace{76-85}^{❶})}_{❷}$	MC	
	❶ 7 6 − 8 5 = M+	−9
	❷ 5 7 +/− × 4 8 ÷ MR =	304

27차시

스스로 확인하는 문제

활동지 스스로 완성하는 개념 정리

1 정수와 유리수

(1) **양수와 음수**

① **양수**: 0이 아닌 수에 양의 부호 +를 붙인 수

② **음수**: 0이 아닌 수에 음의 부호 −를 붙인 수

(2) **수 사이의 관계**

유리수
- 정수
  - 양의 정수(자연수)
  - 0
  - 음의 정수
- 정수가 아닌 유리수

(3) **절댓값**: 수직선 위에서 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리

(4) **수의 대소 관계**: 수직선 위에서 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

2 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

(1) **정수와 유리수의 덧셈**

① 부호가 같은 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙여서 계산한다.

② 부호가 다른 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙여서 계산한다.

(2) **정수와 유리수의 뺄셈**

두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

3 정수와 유리수의 곱셈

① 부호가 같은 두 수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 +를 붙여서 계산한다.

② 부호가 다른 두 수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 −를 붙여서 계산한다.

③ 어떤 수와 0의 곱은 0이다.

4 정수와 유리수의 나눗셈

① 부호가 같은 두 수의 나눗셈은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙여서 계산한다.

② 부호가 다른 두 수의 나눗셈은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙여서 계산한다.

③ 0을 0이 아닌 수로 나눈 몫은 0이다.

기본 문제

서로 반대되는 성질을 갖는 수량을 부호 +, −를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

01 다음 밑줄 친 부분을 부호 +, −를 사용하여 나타내시오.

(1) 3점 득점을 +3으로 나타낼 때, 5점 실점 −5

(2) 5 kg 감소를 −5로 나타낼 때, 15 kg 증가 +15

양수, 음수, 정수, 유리수의 뜻을 이해하고, 이를 분류할 수 있게 한다.

02 다음 수 중에서 해당하는 것을 모두 고르시오.

$2,\quad -\frac{2}{3},\quad 0,\quad +\frac{12}{4},\quad -3.1,\quad \frac{10}{7},\quad -5$

(1) 정수 $2,\ 0,\ +\frac{12}{4},\ -5$

(2) 음의 정수 -5

(3) 양의 유리수 $2,\ +\frac{12}{4},\ \frac{10}{7}$

(4) 정수가 아닌 유리수 $-\frac{2}{3},\ -3.1,\ \frac{10}{7}$

수직선을 이해하고, 수를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

03 다음 수를 수직선 위에 나타내시오.

(1) -2.5 (2) $\frac{7}{3}$ (3) 4.6 (4) $-\frac{24}{5}$

유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

04 다음을 계산하시오.

(1) $\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(+\frac{8}{7}\right)$ $\frac{5}{7}$

(2) $\frac{3}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)$ $\frac{17}{12}$

(3) $\frac{5}{3}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$ $-\frac{5}{4}$

(4) $(-1.5)\div\left(-\frac{5}{6}\right)$ $\frac{9}{5}$

표준 문제

정수, 유리수의 뜻을 알고, 수직선을 이해하게 한다.

05 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄴ, ㄹ

보기

ㄱ. 모든 자연수는 정수이다.

ㄴ. 모든 정수는 유리수이다.

ㄷ. 양의 정수가 아닌 정수는 음의 정수이다.

ㄹ. 수직선에서 $-\frac{5}{2}$를 나타내는 점은 원점의 왼쪽에 있다.

절댓값의 뜻을 알고, 절댓값이 같고 차가 주어진 두 수를 찾을 수 있게 한다.

06 두 정수 a와 b의 절댓값은 같고, a는 b보다 10만큼 작다고 할 때, a와 b의 값을 각각 구하시오. $a=-5,\ b=5$

대소 관계를 만족시키는 정수를 구할 수 있게 한다.

07 다음을 만족시키는 정수 a를 모두 구하시오.

(1) $-2\le a<3$ $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

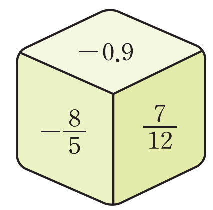
(2) $-4<a\le\frac{9}{5}$ $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$

유리수의 덧셈, 뺄셈을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

08 -4.5보다 3만큼 큰 수를 a, 2보다 -7.5만큼 작은 수를 b라고 하자. 이때 $a+b$의 값을 구하시오. 8

역수의 뜻을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

09 오른쪽 그림과 같은 정육면체 모양의 주사위에서 마주 보는 면에 적힌 두 수가 서로 역수일 때, 보이지 않는 면에 적힌 세 수의 곱을 구하시오. $\frac{25}{21}$



덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산을 할 수 있게 한다.

10 다음을 계산하시오.

(1) $\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\div\left(-\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{3}{2}$

(2) $\frac{5}{12}\times(-3)^3\div\left(-\frac{45}{8}\right)$ 2

(3) $1-\frac{3}{7}\div\left\{(-4)\times\frac{9}{28}\right\}$ $\frac{4}{3}$

(4) $\left\{\frac{1}{3}+\left(-\frac{5}{2}\right)^2\div\left(-\frac{25}{8}\right)\right\}\times3-\frac{1}{2}$ $-\frac{11}{2}$

발전 문제

수의 대소 관계를 이용하여 여러 개의 수의 대소 관계를 구할 수 있게 한다.

11 추론

두 유리수 a와 b가 $a>0$, $b<0$일 때, 다음을 작은 것부터 차례대로 나열하시오.
$b-a$, b, $a+b$, a, $a-b$

a, b, $a-b$, $a+b$, $b-a$

풀이 $a>0$, $b<0$이므로

$a-b>a>0$, $b-a<b<0$, $b<a+b<a$

한편, (음수)<0<(양수)이므로 주어진 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$b-a$, b, $a+b$, a, $a-b$

이다.

정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 계산을 할 수 있게 한다.

12 다음 그림에서 이웃하는 네 수의 합이 항상 -1이 되도록 빈칸에 알맞은 수를 써넣으시오.

	㉢	㉡		㉠		
3	$-\frac{3}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	3	$-\frac{3}{2}$	-2

풀이 ㉠: $-1-\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+(-2)\right\}=-1-(-4)=3$

㉡: $-1-\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+3+\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}=-1-1=-2$

㉢: $-1-\left\{3+(-2)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}=-1-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$

PDF 중단원 수준별 문제

창의적 사고 & 다양한 해결

28차시

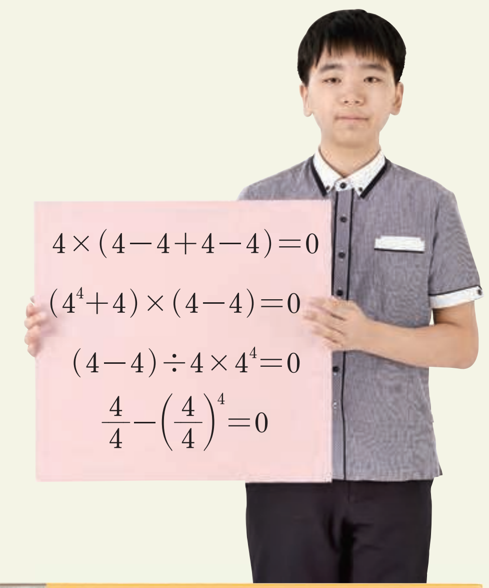
창의·융합

숫자 4를 다섯 번 사용하여 다양한 식 만들기

지도 목표 정수의 사칙계산을 이용하여 다양한 식을 만드는 방법을 생각해 보게 한다.

정수의 사칙계산을 이용하여 다양한 계산 방법을 생각해 봄으로써 계산 능력과 창의성을 키울 수 있다.

특히, 정해진 값을 이끌어 내기 위하여 식을 세우는 과정에서 수를 거듭제곱으로 변형하거나 계산의 순서를 고려하기 위하여 괄호를 사용하는 활동은 능동적인 문제 해결 능력을 향상시켜 준다.



현수는 오른쪽과 같이 4를 다섯 번 사용하여 계산 결과가 0이 되도록 식을 만들었다.

이와 같은 방법으로 다음 표에 4를 다섯 번 사용하여 계산 결과가 1에서 10까지의 자연수가 되도록 식을 만들어 보자.

식	계산 결과
예시 $(4+4)\div4-(4\div4)$	1
$(4+4)\div4+(4-4)$	2
$(4+4)\div4+(4\div4)$	3
$4^4\div4^4\times4$	4
$4^4\div4^4+4$	5
$4+4\div4+4\div4$	6
$(4\times4-4)\div4+4$	7
$(4\div4+4\div4)\times4$	8
$4+4+\left(\frac{4}{4}\right)^4$	9
$4+4+(4+4)\div4$	10

지도 Tips & 유의점

다음과 같이 숫자 3을 다섯 번 사용하여 식을 완성하는 활동을 할 수도 있다.

식	계산 결과
$3-(3\div3+3\div3)$	1
$3-(3\div3\times3\div3)$	2
$3-3+3-3+3$	3
$(3+3+3+3)\div3$	4
$3+3\div3+3\div3$	5
$3+3+(3-3)\times3$	6
$3\times3-(3+3)\div3$	7
$3+3+(3+3)\div3$	8
$3+3+3+3-3$	9
$33\div3-3\div3$	10

29차시

Ⅰ 수와 연산

단원을 마무리하는 문제

소수, 소인수, 소인수분해의 뜻을 이해하게 한다.

01 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $2\times5\times2\times5\times3=2^2\times3\times5^2$

② 15 이하의 소수는 6개이다.

③ 32의 소인수는 2뿐이다.

④ 49의 약수는 2개이다.

⑤ 75를 소인수분해하면 3×5^2이다.

소인수의 뜻을 이해하게 한다.

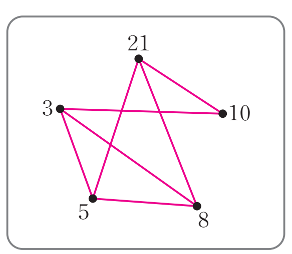
02 $1\times2\times3\times\cdots\times25$를 소인수분해했을 때, 소인수 5의 지수를 구하시오. 6

소인수분해를 이용하여 자연수의 약수의 개수를 구할 수 있게 한다.

03 648의 약수의 개수를 구하시오. 20

서로소의 뜻을 이해하게 한다.

04 다음 다섯 개의 자연수 중에서 서로소인 수끼리 연결하시오.



두 수의 최대공약수를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

05 두 수 $2^3\times3^a\times5$와 $2^b\times3^3\times5^2$의 최대공약수가 180일 때, 자연수 a, b의 값을 각각 구하시오. $a=2$, $b=2$

두 수의 최소공배수를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

06 두 수 $\frac{1}{18}$과 $\frac{1}{42}$의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하시오. 126

공배수와 최소공배수의 성질을 이해하게 한다.

07 어떤 세 수의 최소공배수가 $3^2\times5$일 때, 다음 중에서 이 세 수의 공배수가 아닌 것은?

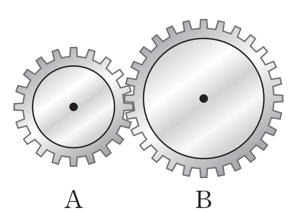
① $3^2\times5^2$ ② $2\times3^2\times5$

③ $3\times5\times7$ ④ $3^3\times5^2\times7$

⑤ $3^3\times5$

최소공배수를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

08 톱니의 수가 각각 20과 28인 톱니바퀴 A, B가 오른쪽 그림과 같이 맞물려서 회전하고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 맞물린 후 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물리는 것은 톱니바퀴 A가 몇 바퀴 회전한 후인지 구하시오. 7바퀴



수의 분류를 이해하게 한다.

09 다음 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

-4,	1.5,	$\frac{3}{4}$,	0,	$-\frac{18}{6}$,	$+5$

① 정수는 4개이다.

② 음수는 2개이다.

③ 자연수가 아닌 정수는 3개이다.

④ 정수가 아닌 유리수는 3개이다.

⑤ 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{3}{4}$이다.

수의 대소를 비교할 수 있게 한다.

10 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $-0.5<1$ ② $-\frac{1}{2}>-\frac{4}{3}$

③ $|-12|<|-13|$ ④ $|-2.5|>1$

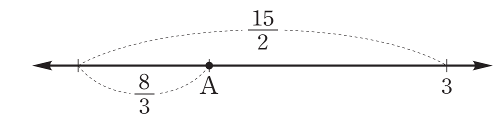
⑤ $\frac{1}{3}<\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

절댓값의 뜻을 이해하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

11 절댓값이 같고, 부호가 다른 두 수가 있다. 이 두 수를 수직선 위에 나타냈을 때, 두 수를 각각 나타내는 점 사이의 거리가 18이었다. 이 두 수를 구하시오. -9, $+9$

수직선 위의 점이 나타내는 수를 유리수의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 구할 수 있게 한다.

12 다음 수직선에서 점 A가 나타내는 수를 구하시오. $-\frac{11}{6}$



수의 대소 관계를 이해하고, 수의 부호를 추론할 수 있게 한다.

13 세 수 a, b, c에 대하여 $a\times b>0$, $b>c$, $b\div c<0$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?

① $a>0$, $b>0$, $c>0$

② $a>0$, $b>0$, $c<0$

③ $a>0$, $b<0$, $c>0$

④ $a<0$, $b>0$, $c<0$

⑤ $a<0$, $b<0$, $c<0$

유리수의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 바르게 계산한 값을 구할 수 있게 한다.

14 어떤 유리수에 $\frac{3}{5}$을 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 그 결과가 $-\frac{1}{10}$이 되었다. 옳게 계산한 값을 구하시오. $\frac{11}{10}$

두 수의 절댓값과 합과 곱의 부호를 이용하여 두 수를 구할 수 있게 한다.

15 어떤 두 수의 절댓값은 각각 $\frac{4}{3}$와 $\frac{3}{2}$이고, 두 수의 합과 곱이 모두 음수일 때, 두 수를 구하시오. $-\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$

정수와 유리수의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

16 다음 중에서 계산 결과가 가장 작은 것은?

① $\left(+\frac{7}{2}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)$ ② $\left(-\frac{2}{3}\right)\times(+6)$

③ $(-39)\div(-3)$ ④ $0\div(-7)$

⑤ $(-1)^{10}$

역수의 뜻을 이해하고, 유리수의 나눗셈을 계산할 수 있게 한다.

17 -2.4의 역수에 3을 곱한 수를 a, $\frac{20}{9}$의 역수를 b라 할 때, $a\div b$의 값은?

① $-\frac{25}{9}$ ② $-\frac{13}{9}$ ③ -1

④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{25}{9}$

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

18 다음을 계산하시오.

(1) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4\times\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}\div(-3)^2$ $\frac{3}{4}$

(2) $7-\left[\frac{5}{3}+(-1)^3\times\left\{2^2\div\left(-\frac{4}{5}\right)\right\}\right]$ $\frac{1}{3}$

[19~22] 서술형 풀이 과정과 답을 써 보자.

두 개의 소인수를 갖는 수의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

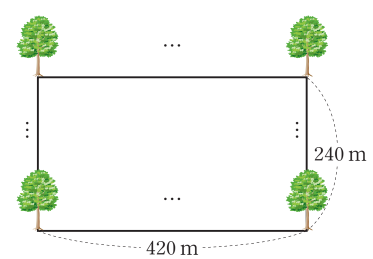
19 다음을 모두 만족시키는 자연수를 구하시오. 28

- 25보다 크고 30보다 작다.
- 두 개의 소인수를 갖고, 두 소인수의 합은 9이다.

풀이 합이 9인 두 소수는 2와 7이므로 조건을 만족시키는 자연수는 2와 7만을 소인수로 갖는다. ◀ 60 %
따라서 25보다 크고 30보다 작은 자연수 중에서 구하는 수는
$2^2\times7=28$ ◀ 40 %

최대공약수를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

20 가로의 길이가 420 m, 세로의 길이가 240 m인 직사각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 둘레를 따라 가로, 세로 모두 같은 간격으로 나무를 심으려고 한다. 나무의 수는 최소로 하고 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 할 때, 다음에 답하시오.



(1) 나무를 몇 m 간격으로 심어야 하는지 구하시오. 60 m

(2) 모두 몇 그루의 나무를 심어야 하는지 구하시오. 22 그루

풀이 (1) 나무 사이의 간격을 모두 같게 하고, 나무의 수를 최소로 하려면 간격은 420과 240의 최대공약수이어야 한다. ◀ 30 %
이때 420과 240을 소인수분해하면 오른쪽과 같으므로 최대공약수는 $2^2\times3\times5=60$이다.
따라서 나무는 60 m 간격으로 심어야 한다. ◀ 30 %

$420=2^2\times3\times5\times7$
$240=2^4\times3\times5$
$2^2\times3\times5$

(2) 가로와 세로에 각각 필요한 나무의 수는
가로: $420\div60+1=8$(그루)
세로: $240\div60+1=5$(그루)
이때 네 모퉁이에서 두 번씩 겹치므로 모두 $(8+5)\times2-4=22$(그루)의 나무를 심어야 한다. ◀ 40 %

정수의 덧셈과 곱셈을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

21 태호와 수현이는 계단에서 가위바위보 놀이를 하는데 이기면 2칸 올라가고 지면 1칸 내려가기로 했다. 처음 위치를 0으로 하고, 1칸 올라가는 것을 $+1$, 1칸 내려가는 것을 -1이라고 하자. 가위바위보를 8번 하여 태호가 6번 이겼다고 할 때, 두 사람의 위치를 나타내는 수의 차를 구하시오. (단, 비긴 경우는 없다.) 12

풀이 가위바위보를 8번 하여 태호가 6번 이기고 2번 졌으므로 태호의 위치를 나타내는 수는
$6\times(+2)+2\times(-1)=12+(-2)=10$ ◀ 40 %
수현이는 2번 이기고 6번 졌으므로 수현이의 위치를 나타내는 수는
$2\times(+2)+6\times(-1)=4+(-6)=-2$ ◀ 40 %
따라서 두 사람의 위치를 나타내는 수의 차는
$10-(-2)=10+2=12$ ◀ 20 %

유리수의 곱셈을 이용하여 주어진 조건에 맞는 수를 구할 수 있게 한다.

22 네 수 $-\frac{7}{4}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{4}{3}$, 4 중에서 서로 다른 세 수를 골라 곱한 값 중에서 가장 큰 것을 A, 가장 작은 것을 B라 할 때, $A+B$의 값을 구하시오. 7

풀이 세 수의 곱이 가장 크려면 음수 2개와 양수 1개를 곱해야 한다.
이때 $\frac{1}{3}<4$에서 양수는 4를 곱해야 하므로
$A=\left(-\frac{7}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times4=\frac{28}{3}$ ◀ 40 %
세 수의 곱이 가장 작으려면 음수 1개와 양수 2개를 곱해야 한다.
이때 $-\frac{7}{4}<-\frac{4}{3}$에서 음수는 $-\frac{7}{4}$을 곱해야 하므로
$B=\frac{1}{3}\times4\times\left(-\frac{7}{4}\right)=-\frac{7}{3}$ ◀ 40 %
따라서 구하는 값은
$A+B=\frac{28}{3}+\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{21}{3}=7$ ◀ 20 %

대단원 마무리 문제

자기 평가 정답을 맞힌 문항에 ○표를 하고 결과를 점검한 다음, 이 단원의 학습 목표를 얼마나 성취했는지 스스로 평가하고, 학습 보충 계획을 세워 보자.

문항 번호	학습 목표	성취도
01 02 03 19	소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있는가?	
04 05 06 07 08 20	최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있는가?	
09 10 11	양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해하고 정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있는가?	
12 13 14 15 16 17 18 21 22	정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?	

0개~13개 개념 학습이 필요해요! 14개~16개 부족한 부분을 검토해 봅시다! 17개~19개 실수를 줄여 봅시다! 20개~22개 훌륭합니다!

• 학습 보충 계획:

30차시

수학 이야기

음악과 수학 사이

지도 목표 음악의 요소 중에서 큰 음표와 쉼표의 길이, 박자에서 수의 비율을 찾아보게 함으로써 유리수에 대한 흥미를 갖게 한다.

고대 그리스에서 음악은 수학과 더불어 반드시 배워야 하는 과목이었다. 특히, 피타고라스(Pythagoras, B.C. 569?~B.C. 475?)는 “음악은 시간에 따른 수를 공부하는 것이다.”라고 했는데, 그가 이렇게 주장한 이유는 음악은 수로 이루어진 일정한 규칙과 아름다운 비율로 만들어지기 때문이라고 한다.

음악과 수학은 어떤 관련이 있을까?

음악의 요소 중에서 수의 비율과 관련이 큰 음표와 쉼표의 길이, 박자에 대하여 알아보자.

❶ 음표와 쉼표

모든 음표와 쉼표에는 오른쪽 표와 같이 정해진 길이가 있고, 음표 뒤에 찍힌 점은 원래 길이의 반을 뜻한다.

예를 들어 ♩.의 길이는 $\frac{1}{4}$과 그 반의 합이므로 $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$을 나타낸다.

길이	음표	쉼표
$\frac{1}{1}$	𝅝	𝄻
$\frac{1}{2}$	𝅗𝅥	𝄼
$\frac{1}{4}$	♩	𝄽
$\frac{1}{8}$	♪	𝄾
$\frac{1}{16}$	𝅘𝅥𝅯	𝄿

❷ 박자

곡의 박자는 악보의 첫머리에 분수로 나타낸다. 분수로 표현된 박자의 분모는 기준 음표의 길이, 분자는 한 마디에 들어가는 기준 음표의 개수를 뜻한다.

예를 들어 $\frac{2}{4}$박자인 악보의 한 마디에는 길이가 $\frac{1}{4}$인 음표 두 개가 들어간다는 뜻으로, 각 마디에 들어가는 음표와 쉼표의 길이의 합이 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이 되어야 한다.

동요 「자전거」는 $\frac{2}{4}$박자 곡임을 다음 악보로부터 알 수 있다. 또 네 번째 마디에서 ♩.의 길이 $\frac{3}{8}$과 𝄾의 길이 $\frac{1}{8}$을 더하면 $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$이 됨을 알 수 있다.

목일신 작사
김대현 작곡

(출처: John, S., Peter, W., 『Divine Harmony』)

30차시

네 꿈을 펼쳐라

수학의 원리를 이용하는 마술을 알고 있나요?

지도 목표 수학의 다양한 성질을 이용하여 수학에 대한 재미와 흥미를 느끼게 만들어 주는 수학 마술사를 소개한다.

수학 마술사는 수학 속에 숨어 있는 마술 같은 신기함을 찾아내서 수학의 진정한 매력을 느낄 수 있도록 하고, 수학에 관심이 없거나 수학을 어려워하는 학생들에게 수학의 재미와 흥미를 느끼게 만들어 주는 기법을 연구, 개발하고 알리는 일을 합니다.

수학 마술사가 하는 여러 가지 뺄셈 카드를 이용하여 1부터 32까지의 ‘숫자 맞히기 마술’을 알아봅시다.

❶ 상대방이 1부터 32까지의 숫자 중에서 하나를 마음속으로 정하게 한다.
❷ 마음속으로 정한 숫자가 들어 있는 카드의 번호를 말하게 한다.
❸ 각 카드의 기준 숫자인 32, 16, 8, 4, 2, 1 중에서 해당되는 카드의 기준 숫자를 찾는다.
❹ 그중에 가장 큰 수에서 나머지 수를 모두 뺀 값이 상대방이 정한 숫자이다.

예를 들어 마음속으로 정한 숫자가 카드 1, 3, 5에 있다고 할 때, 해당되는 카드의 기준 숫자를 이용하여 계산하면 $32-8-2=22$이므로, 마음속으로 정한 숫자는 22가 되는 것입니다.

17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32

[카드 1]

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

[카드 2]

1	2	3	4
5	6	7	17
18	19	20	21
22	23	24	8

[카드 3]

1	2	3	9
10	11	12	17
18	19	20	25
26	27	28	4

[카드 4]

1	5	6	9
10	13	14	17
18	21	22	25
26	29	30	2

[카드 5]

3	5	7	9
11	13	15	17
19	21	23	25
27	29	31	1

[카드 6]

수학 마술사는 관객들에게 수학의 원리를 마술로 포장해 신기함을 먼저 느끼게 한 후, 관심이 생겼을 때 자연스럽게 그 수학적 원리를 등장시켜 수학에 대한 거부감을 호기심으로 바꾸는 역할을 합니다.

(출처: 『The Science Times』, 2014년 7월 24일)