01 제곱근과 실수

배운내용 Check

1 다음을 계산하시오.

(1) 4^2　　　(2) $(-5)^2$

2 다음 수 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 고르시오.

$$-1.5,\quad \frac{8}{2},\quad 0,\quad -\frac{10}{3},\quad 0.\dot{4}$$

정답 **1** (1) 16　(2) 25

2 $-1.5,\ -\frac{10}{3},\ 0.\dot{4}$

개념 01 제곱근의 뜻과 표현

개념 알아보기

1 제곱근의 뜻

(1) **a의 제곱근**: 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, 즉 $x^2=a$일 때, x를 a의 **제곱근**이라 한다.

2, -2	$\xrightarrow{\text{제곱}}$ / $\xleftarrow{\text{제곱근}}$	4

(2) **제곱근의 개수**

① 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이며, 그 절댓값은 서로 같다.
└▸ 수직선 위의 원점에서 수를 나타내는 점까지의 거리

② 0의 제곱근은 0의 1개이다. ─▸ 제곱하여 0이 되는 수는 0뿐이다.

③ 양수나 음수를 제곱하면 항상 양수가 되므로 음수의 제곱근은 없다.
└▸ 제곱하여 음수가 되는 수는 없다.

예 $2^2=4$, $(-2)^2=4$ ➡ 4의 제곱근은 2와 -2의 2개이며, $|2|=|-2|$이다.

2 제곱근의 표현

(1) 양수 a의 제곱근 중에서 양수인 것을 양의 제곱근, 음수인 것을 음의 제곱근이라 하고, 기호 $\sqrt{\ }$를 사용하여 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$로 나타낸다.

(2) 기호 $\sqrt{\ }$를 **근호**라 하며, 이것을 '제곱근' 또는 '루트'라 읽는다.

$\sqrt{a}$ ➡ 제곱근 a, 루트 a

(3) $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

➡ $x^2=a(a>0)$이면 $x=\pm\sqrt{a}$

예 2의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$이고, 제곱근 2는 $\sqrt{2}$이다.

참고 ① 0의 제곱근은 0이므로 $\sqrt{0}=0$이다.
② 제곱근을 나타낼 때, 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.
➡ 9의 제곱근: $\pm\sqrt{9}=\pm3$

개념 자세히 보기

'a의 제곱근'과 '제곱근 a'의 비교(단, $a>0$)

a의 제곱근	제곱하여 a가 되는 수 ➡ $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$ (2개)
제곱근 a	a의 제곱근 중 양의 제곱근 ➡ $\sqrt{a}$ (1개)

» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 2쪽

개념 확인하기

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) 16의 제곱근
⇨ 제곱하여 □이 되는 수
⇨ $x^2=$□을 만족하는 x의 값
⇨ □, □

(2) 5의 제곱근
⇨ 제곱하여 □가 되는 수
⇨ $x^2=$□를 만족하는 x의 값
⇨ □, □

대표 문제

바른답·알찬풀이 2쪽

제곱근 구하기

01 제곱하여 다음 수가 되는 수를 모두 구하시오.

(1) 25　　(2) $\frac{4}{9}$

(3) 0.36　　(4) $(-7)^2$

02 다음 수의 제곱근을 구하시오.

(1) 64　　(2) 121

(3) 0　　(4) $\frac{16}{49}$

(5) 0.04　　(6) 6^2

제곱근을 근호를 사용하여 나타내기

03 다음 수의 제곱근을 근호를 사용하여 나타내시오.

(1) 8　　(2) 15

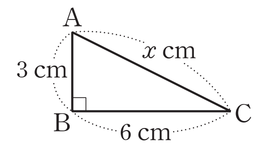
(3) $\frac{1}{3}$　　(4) 0.1

04 다음을 근호를 사용하여 나타내시오.

(1) 7의 제곱근　　(2) 13의 양의 제곱근

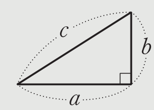
(3) $\frac{1}{2}$의 음의 제곱근　　(4) 제곱근 0.8

05 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에 대하여 다음 물음에 답하시오.



(1) 피타고라스 정리를 이용하여 x^2의 값을 구하시오.

(2) x의 값을 근호를 사용하여 나타내시오.

> **TIP** 제곱근을 이용하여 직각삼각형의 변의 길이 구하기
> 직각삼각형에서 피타고라스 정리에 의하여 $c^2=a^2+b^2$이고 $c>0$이므로
> $c=\sqrt{a^2+b^2}$
>
> 
>

제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타내기

06 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $\sqrt{4}$　　(2) $-\sqrt{16}$

(3) $\pm\sqrt{36}$　　(4) $\sqrt{\frac{9}{25}}$

(5) $-\sqrt{0.01}$　　(6) $\sqrt{0.64}$

07 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) 100의 제곱근　　(2) 81의 양의 제곱근

(3) $\frac{64}{9}$의 음의 제곱근　　(4) 제곱근 0.49

익힘교재 3쪽

개념

02 제곱근의 성질

개념 알아보기

1 제곱근의 성질

$a>0$일 때,

(1) a의 제곱근을 제곱하면 a가 된다.

➡ $(\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$ 예 $(\sqrt{2})^2=2,\ (-\sqrt{2})^2=2$

(2) 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

➡ $\sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$ 예 $\sqrt{2^2}=\sqrt{4}=2,\ \sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

$\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{(-a)\times(-a)}=\sqrt{a^2}=a$

2 $\sqrt{a^2}$의 성질

모든 수 a에 대하여

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a\ge0\text{일 때, } \sqrt{a^2}=a \\ a<0\text{일 때, } \sqrt{a^2}=-a \end{cases}$$

예 $\sqrt{3^2}=3$

예 $\sqrt{(-3)^2}=-(-3)=3$

a가 음수일 때에는 부호를 바꾸어 양수가 되도록 한다.

개념 자세히 보기

$\sqrt{a^2}$의 성질

$\sqrt{a^2}$은 a^2의 양의 제곱근이므로 절댓값의 계산과 마찬가지로 항상 음이 아닌 값을 가진다.

즉, $\sqrt{a^2}$은 $a\ge0$이면 그대로 a가 되지만 $a<0$이면 a 앞에 $-$를 붙여 결과가 양수가 되도록 해야 한다.

a가 양수 ➡ $\sqrt{a^2}=a$ (부호 그대로)	➡	$\sqrt{(\text{양수})^2}=(\text{양수})$
a가 음수 ➡ $\sqrt{a^2}=-a$ (부호 반대로)	➡	$\sqrt{(\text{음수})^2}=-(\text{음수})=(\text{양수})$

익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 2쪽

개념 확인하기

1 다음 값을 구하시오.

(1) $(\sqrt{3})^2$ (2) $(-\sqrt{7})^2$ (3) $\sqrt{5^2}$ (4) $\sqrt{(-6)^2}$

2 다음 $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\sqrt{(2a)^2}=\begin{cases} a\ge0\text{일 때, } \boxed{} \\ a<0\text{일 때, } \boxed{} \end{cases}$

(2) $\sqrt{(a-1)^2}=\begin{cases} a\ge1\text{일 때, } \boxed{} \\ a<1\text{일 때, } \boxed{} \end{cases}$

바른답·알찬풀이 3쪽

제곱근의 성질

01 다음 값을 구하시오.

(1) $\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^2$

(2) $-(\sqrt{2.8})^2$

(3) $-(-\sqrt{5})^2$

(4) $-\sqrt{9^2}$

(5) $\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}$

(6) $-\sqrt{(-0.7)^2}$

02 다음을 계산하시오.

(1) $(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{6})^2$

(2) $\sqrt{11^2}-\sqrt{(-5)^2}$

(3) $(-\sqrt{8})^2-\sqrt{3^2}$

(4) $(\sqrt{7})^2\times\sqrt{4}$

(5) $\sqrt{100}\times\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$

(6) $\sqrt{24^2}\div(-\sqrt{64})$

TIP 제곱근의 성질을 이용하여 주어진 수를 근호를 사용하지 않고 나타낸 후 계산한다.

03 다음을 계산하시오.

(1) $\sqrt{(-3)^2}+(-\sqrt{5})^2-\sqrt{16}$

(2) $\sqrt{6^2}\times(-\sqrt{10})^2\div\{-\sqrt{(-2)^2}\}$

(3) $(-\sqrt{7})^2-\sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2}\times(\sqrt{9})^2$

$\sqrt{a^2}$의 성질

04 $a<0$일 때, $\square$ 안에 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣고 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $\frac{2}{3}a \square 0$이므로 $\sqrt{\left(\frac{2}{3}a\right)^2}=$ ______

(2) $-3a \square 0$이므로 $\sqrt{(-3a)^2}=$ ______

05 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}-\sqrt{(-2a)^2}$

(2) $a<0$일 때, $\sqrt{(-4a)^2}-\sqrt{(2a)^2}$

$\sqrt{(a-b)^2}$의 성질

06 $a>3$일 때, $\square$ 안에 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣고 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $a-3 \square 0$이므로 $\sqrt{(a-3)^2}=$ ______

(2) $3-a \square 0$이므로 $\sqrt{(3-a)^2}=$ ______

07 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x<2$일 때, $\sqrt{(x-2)^2}$

(2) $a>0$, $b<0$일 때, $\sqrt{(a-b)^2}$

익힘교재 4쪽

개념 03 근호 안의 수가 자연수의 제곱인 수

개념 알아보기 1 근호 안의 수가 자연수의 제곱인 수

(1) **제곱수:** 1, 4, 9, 16, …과 같이 어떤 자연수의 제곱인 수

(2) 근호($\sqrt{\ }$) 안의 수가 제곱수이면 근호를 사용하지 않고 자연수로 나타낼 수 있다.

➡ $\sqrt{(\text{제곱수})}=\sqrt{(\text{자연수})^2}=(\text{자연수})$

예 $\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$, $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$

(3) **제곱수의 성질:** 제곱수를 소인수분해하면 소인수의 지수가 모두 짝수이다.

예 $36=2^2\times3^2$, $64=2^6$, $400=2^4\times5^2$

참고 다음 표와 같은 자연수의 제곱수를 기억하면 편리하다.

자연수	11	12	13	14	15	16	17	24	25
제곱수	121	144	169	196	225	256	289	576	625

개념 자세히 보기 근호가 있는 수를 자연수로 만드는 방법

$\sqrt{(\text{수})\times x}$, $\sqrt{\frac{(\text{수})}{x}}$의 꼴	$\sqrt{\boxed{}}=(\text{자연수})$가 되도록 하는 $\boxed{}$는 소인수분해하였을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.
$\sqrt{(\text{수})+x}$, $\sqrt{(\text{수})-x}$의 꼴	$\sqrt{\boxed{}}=(\text{자연수})$가 되도록 하는 $\boxed{}$는 1^2, 2^2, 3^2, …과 같이 자연수의 제곱인 수이어야 한다.

익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 3쪽

개념 확인하기

1 다음 $\square$ 안에 알맞은 자연수를 써넣으시오.

(1) $\square^2=121$

(2) $\square^2=169$

(3) $\sqrt{225}=\square$

(4) $\sqrt{625}=\square$

2 다음 $\square$ 안에 알맞은 자연수를 써넣으시오.

(1) $\sqrt{2^2\times5^2}=\sqrt{(2\times5)^2}=\sqrt{\square^2}=\square$

(2) $\sqrt{2^2\times3^4}=\sqrt{(2\times3^2)^2}=\sqrt{\square^2}=\square$

바른답·알찬풀이 3쪽

자연수 만들기: $\sqrt{(수)\times x}$, $\sqrt{\frac{(수)}{x}}$의 꼴

01 다음은 $\sqrt{12x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> 12를 소인수분해하면 $12=2^2\times\square$
> $\sqrt{12x}=\sqrt{2^2\times\square\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로
> $x=\square\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
> 따라서 가장 작은 자연수 x는 □이다.

02 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{3\times5^2\times x}$ (2) $\sqrt{56x}$

03 $\sqrt{\frac{50}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 50을 소인수분해하시오.

(2) 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오.

04 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{\frac{2^2\times7}{x}}$ (2) $\sqrt{\frac{90}{x}}$

자연수 만들기: $\sqrt{(수)+x}$, $\sqrt{(수)-x}$의 꼴

05 다음은 $\sqrt{12+x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> $\sqrt{12+x}$가 자연수가 되기 위해서는 $12+x$가 12보다 큰 제곱수이어야 한다.

$12+x$가 제곱수	16	25	36	⋯
x	□	□	□	⋯

> 따라서 가장 작은 자연수 x는 □이다.

06 $\sqrt{28+x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오.

07 $\sqrt{24-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값을 모두 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 24보다 작은 제곱수를 모두 구하시오.

(2) 자연수 x의 값을 모두 구하시오.

TIP $24-x$는 24보다 작은 수이고 $\sqrt{A}$가 자연수가 되기 위해서는 A가 제곱수이어야 하므로 $24-x$는 24보다 작은 제곱수이어야 한다.

익힘교재 5쪽

개념 04

제곱근의 대소 관계

개념 알아보기

1 제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때,

(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ 　예 $2<3$이면 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$ 　예 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이면 $2<3$

(3) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$ 　예 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이면 $-\sqrt{2}>-\sqrt{3}$

참고 근호가 있는 수와 근호가 없는 수의 대소 비교 방법

[방법 1] 근호가 없는 수를 근호가 있는 수로 바꾸어 비교한다.

예 $\sqrt{7}$, 3에서 $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{7}<3$

[방법 2] 각 수를 제곱하여 비교한다.

예 $\sqrt{7}$, 3에서 $(\sqrt{7})^2=7$, $3^2=9$이고 $7<9$이므로 $\sqrt{7}<3$

2 제곱근을 포함한 부등식

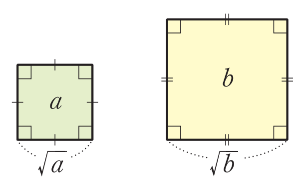
$a>0$, $b>0$일 때, $a<\sqrt{x}<b$를 만족하는 x의 값의 범위

➡ $a^2<(\sqrt{x})^2<b^2$ 　　$\therefore a^2<x<b^2$

개념 자세히 보기

정사각형의 넓이를 이용한 제곱근의 대소 관계

오른쪽 그림과 같이 넓이가 a, b인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$이다.



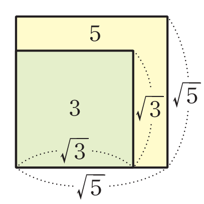
(1) 정사각형의 넓이가 넓을수록 그 한 변의 길이도 더 길다.

➡ $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(2) 정사각형의 한 변의 길이가 길수록 그 넓이도 더 넓다.

➡ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

예 오른쪽 그림에서 넓이가 3, 5인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$이다.
이때 두 정사각형의 넓이와 한 변의 길이를 각각 비교해 보면 다음과 같다.
(1) 넓이가 넓은 정사각형이 한 변의 길이도 더 길므로 $3<5$에서 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$
(2) 한 변의 길이가 긴 정사각형이 넓이도 더 넓으므로 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$에서 $3<5$



익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 4쪽

개념 확인하기

1 다음 □ 안에 부등호 >, < 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\sqrt{5}\ \square\ \sqrt{6}$ 　(2) $\sqrt{\frac{1}{4}}\ \square\ \sqrt{\frac{1}{5}}$ 　(3) $\sqrt{0.5}\ \square\ \sqrt{\frac{2}{3}}$

(4) $-\sqrt{7}\ \square\ -\sqrt{3}$ 　(5) $-\sqrt{\frac{3}{4}}\ \square\ -\sqrt{\frac{5}{6}}$ 　(6) $-\sqrt{\frac{3}{5}}\ \square\ -\sqrt{0.2}$

제곱근의 대소 관계

01 다음 두 수의 대소를 비교하여 부등호로 나타내시오.

(1) $\sqrt{12}$, $\sqrt{21}$

(2) $-\sqrt{\dfrac{1}{6}}$, $-\sqrt{\dfrac{1}{7}}$

(3) 6, $\sqrt{35}$

(4) $-\sqrt{30}$, -5

(5) $\sqrt{0.5}$, 0.7

(6) $-\dfrac{3}{5}$, $-\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

02 다음 두 수의 대소를 비교하여 부등호로 나타내시오.

(1) $\sqrt{(-6)^2}$, $\sqrt{4^2}$

(2) $-\sqrt{(-3)^2}$, $-\sqrt{8}$

03 다음 수를 작은 것부터 차례대로 나열하시오.

(1) $\sqrt{10}$, 3, $\sqrt{8}$, $\sqrt{\dfrac{13}{2}}$

(2) $-\sqrt{11}$, 4, $-\sqrt{6}$, 0, $\sqrt{15}$

TIP (음수)$<0<$(양수)이므로 음수는 음수끼리, 양수는 양수끼리 대소를 비교한다.

제곱근을 포함한 부등식

04 다음 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하시오.

(1) $\sqrt{x}<\sqrt{8}$

(2) $\sqrt{x}\le 3$

(3) $-\sqrt{x}\ge -\sqrt{6}$

(4) $-\sqrt{x}>-2$

05 다음 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하시오.

(1) $1<\sqrt{x}<3$

(2) $4\le\sqrt{x}<5$

(3) $-2\le-\sqrt{x}\le 0$

(4) $\sqrt{7}<x<\sqrt{18}$

TIP 제곱근을 포함한 부등식을 만족하는 x의 값을 구할 때에는 다음을 이용한다. (단, $a>0$, $b>0$)
① $a<\sqrt{x}<b \Rightarrow a^2<x<b^2$
② $-a<-\sqrt{x}<-b \Rightarrow b<\sqrt{x}<a$
$\Rightarrow b^2<x<a^2$

06 다음은 부등식 $2<\sqrt{x+3}<3$을 만족하는 자연수 x의 값을 모두 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$2<\sqrt{x+3}<3$의 각 변을 제곱하면
$2^2<(\sqrt{x+3})^2<\square^2$, $4<x+3<\square$
각 변에서 3을 빼면
$\square<x<\square$
따라서 자연수 x는 $\square$, $\square$, $\square$, $\square$이다.

익힘교재 6쪽

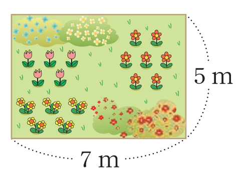
소단원 핵심문제 개념 01 ~ 04

01 다음 중 'x가 6의 제곱근'임을 나타내는 것은?

① $x=6$　② $x=\sqrt{6}$　③ $x^2=\sqrt{6}$
④ $\sqrt{x}=6$　⑤ $x^2=6$

02 $\frac{9}{64}$의 양의 제곱근을 a, $(-8)^2$의 음의 제곱근을 b라 할 때, ab의 값을 구하시오.

03 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 7 m, 세로의 길이가 5 m인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단과 넓이가 같은 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이를 구하시오.



04 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 <u>없는</u> 것은?

① $\sqrt{9}$　② $\sqrt{24}$　③ $-\sqrt{16}$
④ $\sqrt{1.21}$　⑤ $\sqrt{0.\dot{1}}$

05 다음 중 그 값이 나머지 넷과 <u>다른</u> 하나는?

① $\sqrt{5^2}$　② $\sqrt{(-5)^2}$　③ $(-\sqrt{5})^2$
④ $-(\sqrt{5})^2$　⑤ $(\sqrt{5})^2$

개념 REVIEW

제곱근의 뜻

x는 a의 제곱근이다.
(단, $a\geq 0$)
⇨ x를 제곱하면 ❶☐가 된다.
⇨ ❷☐$=a$

제곱근의 표현

$a>0$일 때,
① a의 양의 제곱근: ❸☐
② a의 음의 제곱근: ❹☐
⇨ a의 제곱근: $\pm\sqrt{a}$

제곱근을 근호를 사용하여 나타내기

제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타내기

어떤 수의 제곱인 수의 제곱근은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.
⇨ $a>0$일 때, a^2의 제곱근은
$\pm\sqrt{a^2}=\pm$❺☐

제곱근의 성질

$a>0$일 때,
① $(\sqrt{a})^2=$❻☐,
$(-\sqrt{a})^2=$❼☐
② $\sqrt{a^2}=$❽☐,
$\sqrt{(-a)^2}=$❾☐

답 ❶ a ❷ x^2 ❸ $\sqrt{a}$ ❹ $-\sqrt{a}$ ❺ a ❻ a ❼ a ❽ a ❾ a

06 $\sqrt{4^2}-\sqrt{\frac{1}{9}}\times(-\sqrt{6})^2\div\sqrt{(-2)^2}$을 계산하시오.

07 $-3<x<2$일 때, $\sqrt{(3+x)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$을 간단히 하시오.

08 $\sqrt{\frac{108}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오.

09 다음 중 $\sqrt{18+x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 7 ② 18 ③ 25
④ 31 ⑤ 46

10 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{48}<7$ ② $-\sqrt{14}<-\sqrt{12}$ ③ $0.1>\sqrt{0.1}$
④ $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$ ⑤ $-\sqrt{15}>-4$

11 자연수 x에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$라 할 때, $f(30)-f(12)$의 값을 구하시오.

익힘교재 7쪽

개념 REVIEW

제곱근의 성질

$\sqrt{a^2}$의 성질
모든 수 a에 대하여
$a\ge0$이면 $\sqrt{a^2}=$❶□
$a<0$이면 $\sqrt{a^2}=$❷□

자연수 만들기;
$\sqrt{(수)\times x}$, $\sqrt{\frac{(수)}{x}}$의 꼴
❶ 근호 안의 수를 소인수분해 한다.
❷ 소인수의 지수가 모두 ❸□수가 되도록 하는 x의 값을 구한다.

자연수 만들기;
$\sqrt{(수)+x}$, $\sqrt{(수)-x}$의 꼴
(1) $\sqrt{(수)+x}$의 꼴
⇨ 근호 안의 수보다 ❹□ 제곱수를 찾는다.
(2) $\sqrt{(수)-x}$의 꼴
⇨ 근호 안의 수보다 ❺□□ 제곱수를 찾는다.

제곱근의 대소 관계
$a>0$, $b>0$일 때
① $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
② $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 a❻□b
③ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면
$-\sqrt{a}$❼□$-\sqrt{b}$

$\sqrt{x}$ 이하의 자연수 구하기

답 ❶ a ❷ $-a$ ❸ 짝 ❹ 큰 ❺ 작은 ❻ $<$ ❼ $>$

개념 05 무리수와 실수

개념 알아보기

1 무리수

(1) **무리수:** 유리수가 아닌 수, 즉 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수

예 $\sqrt{2}=1.414213\cdots$, $\sqrt{3}=1.732050\cdots$, $\pi=3.141592\cdots$

주의 $\sqrt{4}=2$, $-\sqrt{9}=-3$과 같이 근호를 사용하였지만 근호를 없앨 수 있는 수는 유리수이다.

(2) **소수의 분류**

- 소수
  - 유한소수 ➡ 유리수
  - 무한소수
    - 순환소수 ➡ 유리수
    - 순환소수가 아닌 무한소수 ➡ 무리수

2 실수

(1) **실수:** 유리수와 무리수를 통틀어 **실수**라 한다.

(2) **실수의 분류**

- 실수
  - 유리수
    - 정수
      - 양의 정수(자연수): $1, 2, 3, \cdots$
      - 0
      - 음의 정수: $-1, -2, -3, \cdots$
    - 정수가 아닌 유리수: $\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}, 0.7, 0.\dot{1}\dot{2}, \cdots$
      유한소수, 순환소수
  - 무리수(순환소수가 아닌 무한소수): $-\sqrt{2}, \sqrt{3}+1, \pi, \cdots$
    유리수가 아닌 실수

참고 앞으로 특별한 말이 없을 때에는 수라 하면 실수를 의미한다.

개념 자세히 보기

유리수와 무리수의 비교

유리수	$\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수	정수, 유한소수, 순환소수	근호를 없앨 수 있는 수
무리수	$\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없는 수	순환소수가 아닌 무한소수	근호를 없앨 수 없는 수

» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 5쪽

개념 확인하기

1 다음 수가 유리수이면 '유', 무리수이면 '무'를 써넣으시오.

(1) -2 ( )　　(2) $3.1\dot{4}$ ( )　　(3) $0.123456\cdots$ ( )

(4) $\sqrt{7}$ ( )　　(5) $1+\sqrt{5}$ ( )　　(6) $-\sqrt{81}$ ( )

바른답·알찬풀이 6쪽

유리수와 무리수 구분하기

01 아래 **보기**의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 고르시오.

보기

$\sqrt{0.9}$, $-\sqrt{\frac{1}{16}}$, $\sqrt{35}$, $0.\dot{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) 유리수

(2) 무리수

TIP 근호를 사용하여 나타낸 수 중에서 근호를 없앨 수 있는 것은 유리수이다.

[02~03] 소수를 분류하면 다음과 같다. 물음에 답하시오.

- 소수
  - 유한소수
  - (가)
    - 순환소수
    - (나)

02 (가), (나)에 알맞은 말을 각각 써넣으시오.

03 다음 **보기**의 수 중에서 (나)에 해당하는 수를 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\sqrt{12}$　　ㄴ. $\sqrt{\frac{3}{25}}$　　ㄷ. $\sqrt{0.09}$

ㄹ. $\frac{5}{8}$　　ㅁ. $-\sqrt{6}$　　ㅂ. $\sqrt{144}$

무리수의 이해

04 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 유한소수는 유리수이다. (　　)

(2) 무한소수는 무리수이다. (　　)

(3) 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다. (　　)

(4) 무리수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다. (　　)

실수의 분류

[05~06] 실수를 분류하면 다음과 같다. 물음에 답하시오.

- 실수
  - 유리수
    - (가)
      - 양의 정수
      - 0
      - 음의 정수
    - (나)
  - (다)

05 (가), (나), (다)에 알맞은 말을 각각 써넣으시오.

06 다음 **보기**의 수 중에서 (다)에 해당하는 수를 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\sqrt{\frac{1}{64}}$　　ㄴ. $-\sqrt{1.6}$　　ㄷ. $\sqrt{15}$

ㄹ. $\sqrt{7^2-1}$　　ㅁ. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　ㅂ. $\sqrt{0.\dot{4}}$

익힘교재 8쪽

개념 06

실수와 수직선

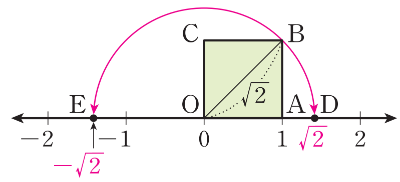
개념 알아보기

1 무리수 $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내기

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이를 이용하여 두 무리수 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타낼 수 있다.

❶ 수직선 위에 원점을 한 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형을 그려 대각선의 길이를 구한다.

➡ 정사각형 OABC에서 대각선 OB의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ ← △OAB는 ∠A=90°인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 이용하여 빗변 OB의 길이를 구할 수 있다.



❷ 원점 O를 중심으로 하고 대각선 OB를 반지름으로 하는 원을 그릴 때, 원과 수직선이 만나는 두 점 D, E는 각각 무리수 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$를 나타낸다. ➡ D($\sqrt{2}$), E($-\sqrt{2}$)

2 실수와 수직선

(1) 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수를 나타내는 점들 전체로 완전히 메울 수 있다.

(2) 모든 실수는 수직선 위의 점으로 하나씩 나타낼 수 있고, 수직선 위의 모든 점은 실수를 하나씩 나타낸다.

(3) 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

개념 자세히 보기

무리수를 수직선 위에 나타내기

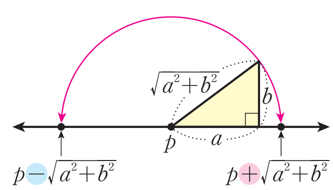
❶ 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형의 빗변의 길이를 구한다.

➡ (빗변의 길이)$=\sqrt{a^2+b^2}$

❷ 기준점을 찾고 수직선 위의 점이 나타내는 수를 구한다.

➡ 좌표가 p인 기준점을 중심으로 하고 빗변을 반지름으로 하는 원을 그릴 때, 원과 수직선이 만나는 점이 나타내는 수는

기준점의 $\begin{cases} \text{오른쪽에 있으면 } p+\sqrt{a^2+b^2} \\ \text{왼쪽에 있으면 } p-\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$

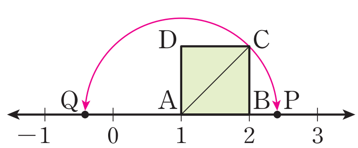


» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 6쪽

개념 확인하기

1 오른쪽 그림과 같이 수직선 위에 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD가 있다. $\overline{AC}=\overline{AP}=\overline{AQ}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{AC}$의 길이

(2) 점 P가 나타내는 수

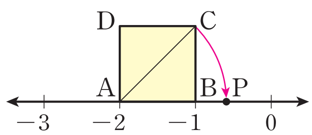
(3) 점 Q가 나타내는 수

바른답·알찬풀이 6쪽

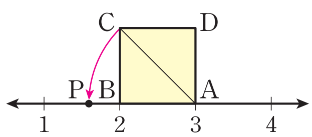
무리수를 수직선 위에 나타내기

01 다음 그림과 같이 수직선 위에 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD가 있다. $\overline{AC}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P가 나타내는 수를 구하시오.

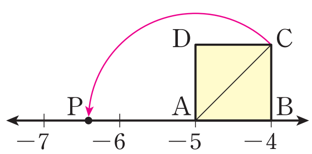
(1)



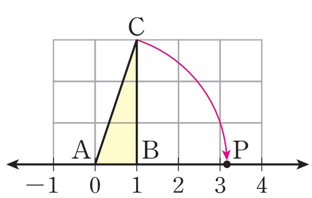
(2)



(3)



02 오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 다음을 구하시오.



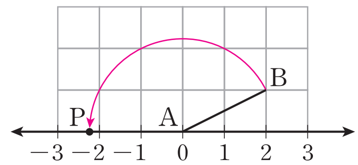
(1) $\overline{AC}$의 길이

(2) 점 P가 나타내는 수

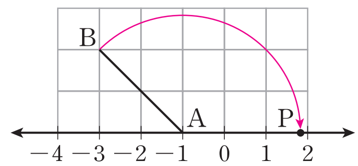
> **TIP** 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한 후 $\overline{AC}=\overline{AP}$임을 이용하여 점 P가 나타내는 수를 구한다.

03 다음 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선을 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P가 나타내는 수를 구하시오.

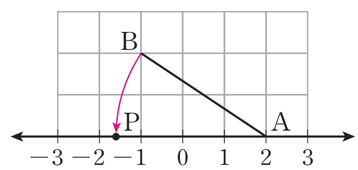
(1)



(2)



(3)



실수와 수직선

04 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) -1과 1 사이에는 1개의 유리수가 있다. (　　)

(2) $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. (　　)

(3) 수직선 위의 한 점은 한 유리수를 나타낸다. (　　)

(4) 수직선은 유리수와 무리수를 나타내는 점들로 완전히 메울 수 있다. (　　)

익힘교재 9쪽

개념 07

실수의 대소 관계

개념 알아보기

1 실수의 대소 관계

실수의 대소를 비교할 때에는 다음 세 가지 방법 중 하나를 이용한다.

(1) a, b가 실수일 때, $a-b$의 값의 부호를 이용한다.

① $a-b>0$이면 $a>b$　② $a-b=0$이면 $a=b$　③ $a-b<0$이면 $a<b$

참고 a, b가 실수일 때, $a-b>0$, $a-b=0$, $a-b<0$ 중에서 반드시 하나만 성립한다.

예 $2-\sqrt{3}\ \square\ 1 \Rightarrow (2-\sqrt{3})-1=1-\sqrt{3}<0$　$\therefore 2-\sqrt{3}\ \boxed{<}\ 1$

(2) 부등식의 성질을 이용한다.

➡ $a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$

예 $3-\sqrt{3}\ \square\ 2-\sqrt{3} \xrightarrow[+\sqrt{3}]{\text{양변에}} 3>2$　$\therefore 3-\sqrt{3}\ \boxed{>}\ 2-\sqrt{3}$

(3) 제곱근의 어림한 값을 이용한다.

➡ 근호 안의 수와 가까운 제곱수를 찾아 제곱근의 어림한 값을 구하여 비교한다.

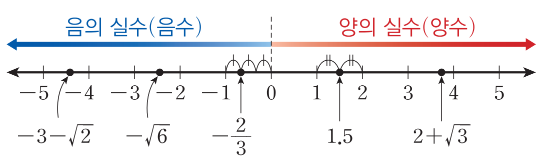
예 $\sqrt{3}\ \square\ \sqrt{2}+1 \Rightarrow \sqrt{3}=1.\times\times\times$, $\sqrt{2}+1=2.\times\times\times$　$\therefore \sqrt{3}\ \boxed{<}\ \sqrt{2}+1$

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$이므로 $\sqrt{2}=1.\times\times\times$
$\therefore \sqrt{2}+1=2.\times\times\times$

개념 자세히 보기

수직선과 실수의 대소 관계

(1) 수직선에서 원점을 기준으로 오른쪽에 있는 수를 양의 실수(양수), 왼쪽에 있는 수를 음의 실수(음수)라 한다.



(2) 모든 실수는 수직선 위의 점으로 하나씩 나타낼 수 있으므로 실수의 대소 관계는 유리수의 대소 관계와 마찬가지로 다음이 성립한다.

① 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다. ➡ (음수) $<0<$ (양수)

② 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 6쪽

개념 확인하기

1 다음은 두 수의 차를 이용하여 주어진 두 수의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에는 알맞은 수를, ○ 안에는 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 2, $1+\sqrt{5}$

$2-(1+\sqrt{5})=\square$
그런데 $1\ \bigcirc\ \sqrt{5}$이므로 $1-\sqrt{5}\ \bigcirc\ 0$
$\therefore 2\ \bigcirc\ 1+\sqrt{5}$

(2) $6-\sqrt{7}$, 3

$(6-\sqrt{7})-3=\square$
그런데 $3\ \bigcirc\ \sqrt{7}$이므로 $3-\sqrt{7}\ \bigcirc\ 0$
$\therefore 6-\sqrt{7}\ \bigcirc\ 3$

두 실수의 대소 관계

01 다음 □ 안에 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\sqrt{12}-3$ □ 1　　(2) 5 □ $\sqrt{15}+1$

(3) $1-\sqrt{11}$ □ -2　　(4) 3 □ $-2+\sqrt{10}$

02 다음은 부등식의 성질을 이용하여 두 수 $-3+\sqrt{3}$과 $\sqrt{3}-4$의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에는 알맞은 수를, ◯ 안에는 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

> 두 수 -3, -4에 대하여 -3 ◯ -4
> 양변에 □을 더하면
> $-3+$□ ◯ $-4+$□
> $\therefore -3+\sqrt{3}$ ◯ $\sqrt{3}-4$

TIP 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
⇨ $a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$

03 다음 □ 안에 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $1+\sqrt{13}$ □ $\sqrt{13}-1$

(2) $\sqrt{5}-2$ □ $\sqrt{7}-2$

(3) $\sqrt{6}-3$ □ $-5+\sqrt{6}$

04 다음은 부등식의 성질을 이용하여 두 수 $4+\sqrt{11}$과 $\sqrt{11}+\sqrt{15}$의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에는 알맞은 수를, ◯ 안에는 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

> 두 수 4, $\sqrt{15}$에 대하여 $4=\sqrt{16}$이고
> $\sqrt{16}$ ◯ $\sqrt{15}$이므로 4 ◯ $\sqrt{15}$
> 양변에 □을 더하면
> $4+\sqrt{11}$ ◯ $\sqrt{15}+\sqrt{11}$
> $\therefore 4+\sqrt{11}$ ◯ $\sqrt{11}+\sqrt{15}$

05 다음 □ 안에 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\sqrt{7}+2$ □ $\sqrt{7}+\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{8}-\sqrt{5}$ □ $3-\sqrt{5}$

(3) $-2+\sqrt{6}$ □ $\sqrt{6}-\sqrt{3}$

06 다음은 제곱근의 어림한 값을 이용하여 두 수 3과 $\sqrt{6}+1$의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에는 알맞은 수를, ◯ 안에는 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣으시오.

> $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$에서
> $\sqrt{6}=$□$.\times\times\times$ 이므로 $\sqrt{6}+1=$□$.\times\times\times$
> $\therefore 3$ ◯ $\sqrt{6}+1$

세 실수의 대소 관계

07 다음 세 수 a, b, c에 대하여 ◯ 안에 부등호 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣고, 물음에 답하시오.

$$a=\sqrt{5}+3, \qquad b=5, \qquad c=3+\sqrt{6}$$

(1) $a-b=(\sqrt{5}+3)-5=\sqrt{5}-2$ ◯ 0
⇨ a ◯ b

(2) $a-c=(\sqrt{5}+3)-(3+\sqrt{6})=\sqrt{5}-\sqrt{6}$ ◯ 0
⇨ a ◯ c

(3) 세 수 a, b, c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내시오.

TIP 두 수의 차의 부호를 각각 구하여 세 수의 대소 관계를 구한다.
⇨ 세 수 a, b, c에 대하여 $a<b$, $b<c$이면 $a<b<c$

08 다음 세 수 a, b, c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내시오.

(1) $a=\sqrt{3}+2$, $b=\sqrt{5}+2$, $c=3$

(2) $a=\sqrt{11}-1$, $b=2$, $c=-2+\sqrt{11}$

(3) $a=3-\sqrt{17}$, $b=3-\sqrt{15}$, $c=-1$

09 다음 수를 큰 것부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하시오.

$$3, \quad -\sqrt{2}+1, \quad 0, \quad \sqrt{8}, \quad \sqrt{3}+2$$

두 실수 사이의 수

10 아래 **보기**의 수 중에서 다음에 주어진 두 수 사이에 있는 수를 모두 구하시오.

보기

$$\sqrt{3}, \quad \sqrt{5}, \quad \sqrt{7.1}, \quad \sqrt{\frac{17}{2}}, \quad \sqrt{16.2}$$

(1) 2, 4

(2) 3, 5

TIP $\sqrt{c}\,(c>0)$가 두 자연수 a, b 사이의 수인지 알아보려면 $a=\sqrt{a^2}$, $b=\sqrt{b^2}$임을 이용하여 $\sqrt{a^2}<\sqrt{c}<\sqrt{b^2}$인지 확인한다.

11 다음은 두 수 $\sqrt{7}$과 $1+\sqrt{20}$ 사이에 있는 정수를 모두 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $\square<\sqrt{7}<\square$
$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$, 즉 $\square<\sqrt{20}<\square$이므로
$\square<1+\sqrt{20}<\square$
따라서 $\sqrt{7}$과 $1+\sqrt{20}$ 사이에 있는 정수는
$\square$, $\square$, $\square$이다.

익힘교재 10쪽

개념 08 제곱근의 값

개념 알아보기

1 제곱근표

(1) **제곱근표:** 1.00에서 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표

(2) **제곱근표 읽는 방법:** 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 읽는다.

예 오른쪽 제곱근표에서 $\sqrt{2.01}$의 값은 2.0의 가로줄과 1의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수인 1.418이다.
즉, $\sqrt{2.01}=1.418$ ← 제곱근표에 있는 값은 대부분 제곱근의 값을 어림한 값이지만 등호를 사용하여 나타내기로 한다.

수	0	1	2	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.9	1.378	1.382	1.386	…
2.0	1.414	1.418	1.421	…
2.1	1.449	1.453	1.456	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

2 무리수의 정수 부분과 소수 부분

(1) 무리수는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수이므로 정수 부분과 소수 부분으로 나눌 수 있다. $0<(\text{소수 부분})<1$

(2) 무리수의 소수 부분은 무리수에서 정수 부분을 뺀 것과 같다.

➡ (무리수)=(정수 부분)+(소수 부분)

∴ (소수 부분)=(무리수)−(정수 부분)

예 $\sqrt{2}=1.414\cdots=\underbrace{1}_{\text{정수 부분}}+0.414\cdots=1+(\sqrt{2}-1)$

(소수 부분)=(무리수)−(정수 부분)

개념 자세히 보기

무리수의 정수 부분과 소수 부분

$a>0$일 때, 제곱근의 대소 관계를 이용하여 $\sqrt{a}$와 가장 가까운 정수 2개를 찾아 $\sqrt{a}$의 정수 부분을 찾은 후 $\sqrt{a}$의 소수 부분을 찾는다. (단, n은 정수)

➡ $n<\sqrt{a}<n+1$ ➡ $\begin{cases}(\sqrt{a}\text{의 정수 부분})=n \\ (\sqrt{a}\text{의 소수 부분})=\sqrt{a}-n\end{cases}$

예 무리수 $\sqrt{5}$에서 $2^2=4$, $3^2=9$이므로 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$ ∴ $2<\sqrt{5}<3$

➡ $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2, 소수 부분은 $\sqrt{5}-2$이다.

익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 8쪽

개념 확인하기

1 다음 수의 정수 부분과 소수 부분을 각각 구하시오.

	[정수 부분]	[소수 부분]
(1) $\sqrt{12}$	⇨ ______	⇨ ______
(2) $\sqrt{30}$	⇨ ______	⇨ ______
(3) $\sqrt{75}$	⇨ ______	⇨ ______

바른답·알찬풀이 8쪽

제곱근표

[01~02] 아래 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 값을 구하시오.

01

수	0	1	2	3	4
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241

(1) $\sqrt{1.2}$　　(2) $\sqrt{1.31}$

(3) $\sqrt{1.42}$　　(4) $\sqrt{1.54}$

02

수	2	3	4	5	6
22	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754
23	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858
24	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960

(1) $\sqrt{22.5}$　　(2) $\sqrt{24.2}$

03 $\sqrt{x}$의 값이 다음과 같을 때, 아래 제곱근표를 이용하여 x의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3	4
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137

(1) $\sqrt{x}=3.085$　　(2) $\sqrt{x}=3.1$

(3) $\sqrt{x}=3.121$　　(4) $\sqrt{x}=3.135$

무리수의 정수 부분과 소수 부분

04 다음은 $2+\sqrt{2}$의 정수 부분과 소수 부분을 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> $\square<\sqrt{2}<2$이므로 각 변에 2를 더하면
> $\square<2+\sqrt{2}<4$
> 따라서 $2+\sqrt{2}$의 정수 부분은 $\square$이고,
> 소수 부분은 $(2+\sqrt{2})-\square=\square$이다.

05 다음은 $3-\sqrt{3}$의 정수 부분과 소수 부분을 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\square<-\sqrt{3}<\square$
> 각 변에 3을 더하면
> $\square<3-\sqrt{3}<\square$
> 따라서 $3-\sqrt{3}$의 정수 부분은 $\square$이고,
> 소수 부분은 $(3-\sqrt{3})-\square=\square$이다.

06 다음 수의 정수 부분과 소수 부분을 각각 구하시오.

(1) $1+\sqrt{6}$

(2) $4-\sqrt{5}$

> TIP 무리수의 소수 부분은 그 수에서 정수 부분을 뺀 것과 같다.
> ⇨ 무리수 $\sqrt{a}$의 정수 부분을 n이라 하면 $\sqrt{a}$의 소수 부분은 $\sqrt{a}-n$이다.

익힘교재 11쪽

소단원 핵심 문제 개념 05 ~ 08

01 다음 수 중에서 순환소수가 아닌 무한소수는 모두 몇 개인지 구하시오.

$$3.1415,\quad -\sqrt{0.9},\quad \sqrt{\frac{1}{49}},\quad 0.\dot{2}\dot{3},\quad 4-\sqrt{2},\quad -\sqrt{(-5)^2}$$

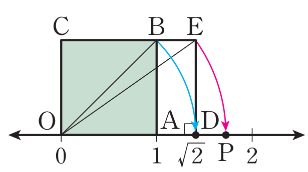
02 다음 중 $\sqrt{2}$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 무리수이다.
② 2의 양의 제곱근이다.
③ 제곱하면 유리수가 된다.
④ 기약분수로 나타낼 수 있다.
⑤ 소수로 나타내면 순환소수가 아닌 무한소수가 된다.

03 다음 중 유리수가 아닌 실수인 것은?

① $\sqrt{0.25}$
② $\sqrt{0.\dot{4}}$
③ $-\sqrt{100}$
④ $\sqrt{12.1}$
⑤ $-\frac{1}{\sqrt{36}}$

04 오른쪽 그림은 점 O를 중심으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC의 대각선 OB를 반지름으로 하는 원을 그려 $\sqrt{2}$인 점 D를 수직선 위에 나타낸 것이다. $\overline{OE}=\overline{OP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P가 나타내는 수를 구하시오.



05 다음 **보기** 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
ㄴ. -2와 2 사이에는 무수히 많은 정수가 있다.
ㄷ. $\sqrt{2}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 2개의 무리수가 있다.
ㄹ. 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

개념 REVIEW

유리수와 무리수 구분하기
무리수는 ❶□□□가 아닌 수, 즉 순환소수가 아닌 ❷□□□□이다.

무리수의 이해

실수의 분류
실수는 유리수와 ❸□□□를 통틀어 말한다.

무리수를 수직선 위에 나타내기

실수와 수직선
수직선은 ❹□□를 나타내는 점들 전체로 완전히 메울 수 있다.

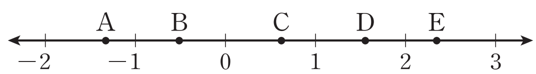
답 ❶ 유리수 ❷ 무한소수 ❸ 무리수 ❹ 실수

바른답·알찬풀이 8쪽

06 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{5}+1>3$　　② $8-\sqrt{6}<6$
③ $3<\sqrt{2}+2$　　④ $\sqrt{11}-5<\sqrt{11}-\sqrt{24}$
⑤ $\sqrt{10}+2<5$

07 다음 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{13}-2$를 나타내는 점을 구하시오.



08 다음 중 두 수 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{5}=2.236$)

① $\sqrt{3}+0.2$　　② $\sqrt{5}-0.1$　　③ 2
④ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$　　⑤ $1+\sqrt{3}$

09 오른쪽 제곱근표에서
$\sqrt{56.4}=x$이고 $\sqrt{y}=7.616$일 때,
$10x+y$의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3	4
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707

10 $6-\sqrt{15}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $b-a$의 값은?

① $-\sqrt{15}$　　② $2-\sqrt{15}$　　③ $3-\sqrt{15}$
④ $-2+\sqrt{15}$　　⑤ $\sqrt{15}$

익힘교재 12쪽

개념 REVIEW

두 실수의 대소 관계
a, b가 실수일 때, $a-b$의 값의 부호를 이용한다.
⇨ ① $a-b>0$이면 a ❶☐ b
② $a-b=0$이면 a ❷☐ b
③ $a-b<0$이면 a ❸☐ b

두 실수 사이의 수
$\sqrt{c}\,(c>0)$는 두 자연수 a, b 사이의 수이다.
⇨ $\sqrt{a^2}<\sqrt{c}<$ ❹☐이 성립한다.

두 실수 사이의 수
두 실수 사이에 있는 실수는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.
① 두 실수의 평균을 구한다.
② 각각의 수에 두 수의 차보다 작은 수를 더하거나 뺀다.

제곱근표
제곱근표에서 제곱근의 값은 근호 안의 수의 처음 두 자리 수의 ❺☐☐줄과 끝자리 수의 ❻☐☐줄이 만나는 곳에 있는 수를 읽는다.

무리수의 정수 부분과 소수 부분
$a>0$이고 n이 정수일 때,
$n<\sqrt{a}<n+1$이면
⇨ ($\sqrt{a}$의 정수 부분)$=n$
($\sqrt{a}$의 소수 부분)
$=\sqrt{a}-$ ❼☐

답 ❶ $>$ ❷ $=$ ❸ $<$ ❹ $\sqrt{b^2}$
❺ 가로 ❻ 세로 ❼ n

01 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① -2는 -4의 음의 제곱근이다.
② 49의 제곱근은 ± 7이다.
③ $\sqrt{9}$의 값은 ± 3이다.
④ 제곱근 5는 $\pm\sqrt{5}$이다.
⑤ 10은 100의 양의 제곱근이다.

서술형
02 $(-11)^2$의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{81}$의 음의 제곱근을 b라 할 때, ab의 값을 구하시오.

03 다음 수의 제곱근 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하시오.

$$2, \quad \sqrt{36}, \quad \sqrt{144}, \quad (-5)^2, \quad 1.\dot{7}$$

04 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(\sqrt{16})^2=16$
② $-\sqrt{0.3^2}=-0.3$
③ $\left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2=\frac{2}{7}$
④ $-\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2=\frac{1}{3}$
⑤ $\sqrt{(-1.5)^2}=1.5$

05 다음을 계산하시오.

$$\sqrt{169}+(-\sqrt{8})^2\times\left(-\sqrt{\frac{1}{4}}\right)-\sqrt{(-6)^2}$$

06 $a<0$일 때, 다음 **보기** 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기
ㄱ. $-\sqrt{a^2}=-a$
ㄴ. $-(\sqrt{-a})^2=a$
ㄷ. $\sqrt{(-a)^2}=-a$
ㄹ. $(-\sqrt{-a})^2=a$

07 $a>0$, $b<0$일 때, $\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{4b^2}$을 간단히 하면?

① $-7a-4b$
② $-7a+2b$
③ $7a-2b$
④ $7a-4b$
⑤ $7a+4b$

08 다음 중 $\sqrt{150x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 6
② 12
③ 24
④ 54
⑤ 96

09 $\sqrt{20-x}$가 정수가 되도록 하는 자연수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

10 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2}<2$ ② $\sqrt{17}>4$
③ $\sqrt{\frac{3}{4}}<\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{5}}<\frac{1}{\sqrt{6}}$
⑤ $0.7<\sqrt{0.7}$

UP
11 $0<a<1$일 때, 다음 수를 작은 것부터 차례대로 나열하시오.

$$a, \quad \sqrt{\frac{1}{a}}, \quad a^2, \quad \sqrt{a}$$

서술형
12 다음 두 부등식을 동시에 만족하는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오.

$$3<\sqrt{x}<4, \qquad \sqrt{80}<x<\sqrt{150}$$

UP
13 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$보다 작은 자연수의 개수를 $f(n)$이라 하자.

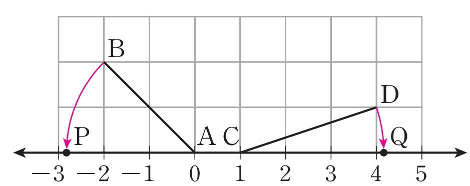
$$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(x)=16$$

일 때, 자연수 x의 값을 구하시오.

14 다음 수 중에서 그 제곱근이 무리수가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 0 ② 12 ③ 32
④ 49 ⑤ 160

15 다음 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선을 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{CD}=\overline{CQ}$인 두 점 $P(a)$, $Q(b)$에 대하여 a, b의 값을 각각 구하시오.



16 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{6}$과 $\sqrt{12}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.
② 0과 1 사이에는 무리수가 없다.
③ $-\sqrt{6}$과 1 사이에는 3개의 유리수가 있다.
④ $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
⑤ 순환소수가 아닌 무한소수는 수직선 위의 점으로 나타낼 수 없다.

바른답·알찬풀이 9쪽

17 다음 중 세 실수 $a=5-\sqrt{7}$, $b=2$, $c=4-\sqrt{6}$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $a<b<c$　② $a<c<b$
③ $b<a<c$　④ $b<c<a$
⑤ $c<b<a$

18 다음 수들을 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 두 번째에 위치하는 수는?

① $\sqrt{5}+\sqrt{3}$　② $-1-\sqrt{5}$　③ -3
④ $-\sqrt{5}$　⑤ $3+\sqrt{5}$

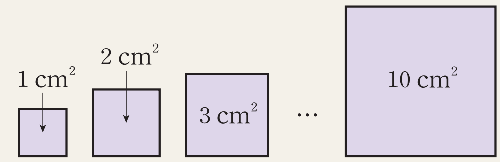
19 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{a}=5.505$, $\sqrt{b}=5.666$을 만족하는 a, b에 대하여 $\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}$의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3	4
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692

20 $\sqrt{5}$의 정수 부분을 a, $2+\sqrt{3}$의 소수 부분을 b라 할 때, $2a-b$의 값을 구하시오.

창의·융합 문제

다음 그림과 같이 넓이가 1 cm^2인 처음 정사각형에서 넓이를 1 cm^2씩 늘려서 10개의 정사각형을 그렸다. 이때 한 변의 길이가 무리수인 정사각형의 개수를 구하시오.



해결의 길잡이

1 10개의 정사각형의 한 변의 길이를 각각 근호를 사용하여 나타내어 구한다.

2 한 변의 길이가 유리수인 정사각형의 개수를 구한다.

3 한 변의 길이가 무리수인 정사각형의 개수를 구한다.

1 $\sqrt{180x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값을 구하시오.

1 $\sqrt{180x}$가 자연수가 되려면?

$180x$가 제곱수가 되어야 한다. 즉, $180x$를 소인수분해하였을 때 소인수의 지수가 모두 $\boxed{}$가 되어야 한다.

2 180을 소인수분해하면?

$180=2^2\times\boxed{}^2\times\boxed{}$ … 40 %

3 $\sqrt{180x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

$\sqrt{180x}=\sqrt{2^2\times\boxed{}^2\times\boxed{}\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 $\boxed{}$가 되어야 하므로

$x=\boxed{}\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 x는

$5,\ 5\times\boxed{}^2,\ 5\times\boxed{}^2,\ 5\times4^2,\ \cdots$

4 $\sqrt{180x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값은?

이때 x는 가장 작은 두 자리 자연수이므로

$x=5\times\boxed{}^2=\boxed{}$ … 60 %

2 $\sqrt{\dfrac{700}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 세 자리 자연수 x의 값을 구하시오.

1 $\sqrt{\dfrac{700}{x}}$이 자연수가 되려면?

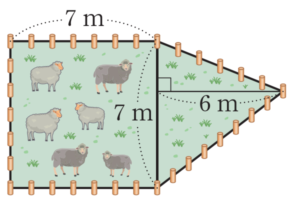
2 700을 소인수분해하면?

3 $\sqrt{\dfrac{700}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

4 $\sqrt{\dfrac{700}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 세 자리 자연수 x의 값은?

바른답·알찬풀이 10쪽

3 다음 그림과 같이 정사각형과 삼각형 모양으로 붙여서 만든 우리가 있다. 이 우리와 넓이가 같은 정사각형 모양의 우리를 만들려고 할 때, 새로 만들어지는 우리의 한 변의 길이를 구하시오.



풀이 과정

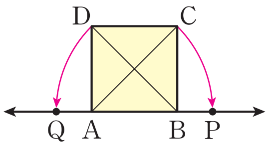
답

4 $xy<0$, $x<y$일 때,
$\sqrt{(-4x)^2}-\sqrt{y^2}+\sqrt{(x-2y)^2}$을 간단히 하시오.

풀이 과정

답

5 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. $\overline{AC}=\overline{AP}$, $\overline{BD}=\overline{BQ}$이고 점 P가 나타내는 수가 $\sqrt{2}-2$일 때, 점 Q가 나타내는 수를 구하시오.



풀이 과정

답

6 두 수 $\sqrt{5}-6$과 $6-\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수의 개수를 구하시오.

풀이 과정

답

독서 자극 명언

예로부터 '시간이 없어서 책을 읽지 못하는 사람은 시간이 있어도 책을 읽지 않는다.'라는 말이 있습니다. 독서와 관련된 아래의 명언을 통해 독서의 중요성을 느껴 보세요.

"남의 책을 많이 읽어라. 남이 고생하여 얻은 지식을 아주 쉽게 내 것으로 만들 수 있고, 그것으로 자기 발전을 이룰 수 있다." – 소크라테스

"필기는 정확한 사람을 만들고, 담론은 재치 있는 사람을 만들며, 독서는 완성된 사람을 만든다."
– 프랜시스 베이컨

"나는 책 한 권을 책꽂이에서 뽑아 읽었다. 그리고 그 책을 꽂아 놓았다. 그러나 나는 이미 조금 전의 내가 아니다." – 앙드레 지드

"한 인간의 존재를 결정짓는 것은 그가 읽은 책과 그가 쓴 글이다." – 도스토예프스키

"지금의 나를 만든 것은 하버드 대학도 아니고 미국이라는 나라도 아니고 내 어머니도 아니다. 내가 살던 마을의 작은 도서관이었다. 하버드 졸업장보다 소중한 것이 독서하는 습관이다." – 빌 게이츠

01 제곱근과 실수

❶ 제곱근

개념 01 제곱근의 뜻과 표현

개념 확인하기 8쪽

1 답 (1) 16, 16, 4, -4 (2) 5, 5, $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$

대표문제 9쪽

01 답 (1) 5, -5 (2) $\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$ (3) 0.6, -0.6 (4) 7, -7

(1) $5^2=25$, $(-5)^2=25$이므로 제곱하여 25가 되는 수는 5, -5이다.

(2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$이므로 제곱하여 $\frac{4}{9}$가 되는 수는 $\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$이다.

(3) $0.6^2=0.36$, $(-0.6)^2=0.36$이므로 제곱하여 0.36이 되는 수는 0.6, -0.6이다.

(4) $(-7)^2=49$이고 $7^2=49$, $(-7)^2=49$이므로 제곱하여 $(-7)^2$이 되는 수는 7, -7이다.

02 답 (1) 8, -8 (2) 11, -11 (3) 0 (4) $\frac{4}{7}$, $-\frac{4}{7}$ (5) 0.2, -0.2 (6) 6, -6

(1) $8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로 64의 제곱근은 8, -8이다.

(2) $11^2=121$, $(-11)^2=121$이므로 121의 제곱근은 11, -11이다.

(3) 0의 제곱근은 0이다.

(4) $\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{16}{49}$, $\left(-\frac{4}{7}\right)^2=\frac{16}{49}$이므로 $\frac{16}{49}$의 제곱근은 $\frac{4}{7}$, $-\frac{4}{7}$이다.

(5) $0.2^2=0.04$, $(-0.2)^2=0.04$이므로 0.04의 제곱근은 0.2, -0.2이다.

(6) $6^2=36$이고 $6^2=36$, $(-6)^2=36$이므로 6^2의 제곱근은 6, -6이다.

03 답 (1) $\pm\sqrt{8}$ (2) $\pm\sqrt{15}$ (3) $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$ (4) $\pm\sqrt{0.1}$

04 답 (1) $\pm\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $-\sqrt{\frac{1}{2}}$ (4) $\sqrt{0.8}$

05 답 (1) 45 (2) $\sqrt{45}$

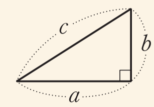
(1) $\overline{BC}^2+\overline{AB}^2=\overline{AC}^2$이므로 $6^2+3^2=x^2$

$\therefore x^2=45$

(2) $x^2=45$이므로 $x=\pm\sqrt{45}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{45}$

> **이것만은 꼭!**
> 피타고라스 정리
> 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라 하면
> $a^2+b^2=c^2$



06 답 (1) 2 (2) -4 (3) ±6 (4) $\frac{3}{5}$ (5) -0.1 (6) 0.8

(1) $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 4의 제곱근은 2, -2이다.
$\sqrt{4}$는 4의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{4}=2$이다.

(2) $4^2=16$, $(-4)^2=16$이므로 16의 제곱근은 4, -4이다.
$-\sqrt{16}$은 16의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{16}=-4$이다.

(4) $\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$, $\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$이므로 $\frac{9}{25}$의 제곱근은 $\frac{3}{5}$, $-\frac{3}{5}$이다.
$\sqrt{\frac{9}{25}}$는 $\frac{9}{25}$의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$이다.

(5) $0.1^2=0.01$, $(-0.1)^2=0.01$이므로 0.01의 제곱근은 0.1, -0.1이다.
$-\sqrt{0.01}$은 0.01의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{0.01}=-0.1$이다.

07 답 (1) ±10 (2) 9 (3) $-\frac{8}{3}$ (4) 0.7

(1) $\pm\sqrt{100}=\pm10$

(2) $\sqrt{81}=9$

(3) $-\sqrt{\frac{64}{9}}=-\frac{8}{3}$

(4) $\sqrt{0.49}=0.7$

개념 02 제곱근의 성질

개념 확인하기 10쪽

1 답 (1) 3 (2) 7 (3) 5 (4) 6

2 답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

(1) $a\geq0$일 때, $2a\geq0$이므로
$\sqrt{(2a)^2}=\boxed{2a}$
$a<0$일 때, $2a<0$이므로
$\sqrt{(2a)^2}=\boxed{-2a}$

(2) $a\ge 1$일 때, $a-1\ge 0$이므로

$\sqrt{(a-1)^2}=\boxed{a-1}$

$a<1$일 때, $a-1<0$이므로

$\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=\boxed{-a+1}$

대표문제 11쪽

01 답 (1) $\frac{1}{8}$ (2) -2.8 (3) -5 (4) -9 (5) $\frac{4}{7}$ (6) -0.7

02 답 (1) 8 (2) 6 (3) 5 (4) 14 (5) 15 (6) -3

(1) $(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{6})^2=2+6=8$

(2) $\sqrt{11^2}-\sqrt{(-5)^2}=11-5=6$

(3) $(-\sqrt{8})^2-\sqrt{3^2}=8-3=5$

(4) $(\sqrt{7})^2\times\sqrt{4}=7\times 2=14$

(5) $\sqrt{100}\times\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}=10\times\frac{3}{2}=15$

(6) $\sqrt{24^2}\div(-\sqrt{64})=24\div(-8)=-3$

03 답 (1) 4 (2) -30 (3) 5

(1) $\sqrt{(-3)^2}+(-\sqrt{5})^2-\sqrt{16}=3+5-4=4$

(2) $\sqrt{6^2}\times(-\sqrt{10})^2\div\{-\sqrt{(-2)^2}\}=6\times 10\div(-2)=-30$

(3) $(-\sqrt{7})^2-\sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2}\times(\sqrt{9})^2=7-\frac{2}{9}\times 9=7-2=5$

04 답 (1) $<$, $-\frac{2}{3}a$ (2) $>$, $-3a$

05 답 (1) $-a$ (2) $-2a$

(1) $a>0$, $-2a<0$이므로

$\sqrt{a^2}-\sqrt{(-2a)^2}=a-\{-(-2a)\}$

$=a-2a=-a$

(2) $-4a>0$, $2a<0$이므로

$\sqrt{(-4a)^2}-\sqrt{(2a)^2}=-4a-(-2a)$

$=-4a+2a=-2a$

06 답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

(1) $a>3$일 때, $a-3\boxed{>}0$이므로

$\sqrt{(a-3)^2}=\underline{\ a-3\ }$

(2) $a>3$일 때, $3-a\boxed{<}0$이므로

$\sqrt{(3-a)^2}=-(3-a)=\underline{\ a-3\ }$

07 답 (1) $-x+2$ (2) $a-b$

(1) $x<2$일 때, $x-2<0$이므로

$\sqrt{(x-2)^2}=-(x-2)=-x+2$

(2) $a>0$, $b<0$일 때, $a-b>0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

개념 03 근호 안의 수가 자연수의 제곱인 수

개념 확인하기 12쪽

1 답 (1) 11 (2) 13 (3) 15 (4) 25

2 답 (1) 10, 10 (2) 18, 18

대표문제 13쪽

01 답 3, 3, 3, 3

02 답 (1) 3 (2) 14

(1) $\sqrt{3\times 5^2\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $x=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 3이다.

(2) 56을 소인수분해하면 $56=2^3\times 7$

$\sqrt{56x}=\sqrt{2^3\times 7\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $x=2\times 7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는

$2\times 7=14$

03 답 (1) 2×5^2 (2) 2

(2) $\sqrt{\frac{50}{x}}=\sqrt{\frac{2\times 5^2}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 50의 약수이면서 $2\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 2이다.

04 답 (1) 7 (2) 10

(1) $\sqrt{\frac{2^2\times 7}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 $2^2\times 7$의 약수이면서 $7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 7이다.

(2) 90을 소인수분해하면 $90=2\times 3^2\times 5$

$\sqrt{\frac{90}{x}}=\sqrt{\frac{2\times 3^2\times 5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 90의 약수이면서 $2\times 5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는

$2\times 5=10$

05 답 4, 13, 24, 4

06 답 8

$\sqrt{28+x}$가 자연수가 되기 위해서는 $28+x$가 28보다 큰 제곱수이어야 하므로

$28+x=36, 49, 64, \cdots$

$\therefore x=8, 21, 36, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 x는 8이다.

07 답 (1) 1, 4, 9, 16 (2) 8, 15, 20, 23

(2) $\sqrt{24-x}$가 자연수가 되기 위해서는 $24-x$가 24보다 작은 제곱수이어야 하므로

$24-x=1, 4, 9, 16$

$\therefore x=23, 20, 15, 8$

개념 04 제곱근의 대소 관계

개념 확인하기 14쪽

1 답 (1) < (2) > (3) < (4) < (5) > (6) <

(1) $5<6$이므로 $\sqrt{5}\ \boxed{<}\ \sqrt{6}$

(2) $\frac{1}{4}>\frac{1}{5}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{4}}\ \boxed{>}\ \sqrt{\frac{1}{5}}$

(3) $0.5<\frac{2}{3}$이므로 $\sqrt{0.5}\ \boxed{<}\ \sqrt{\frac{2}{3}}$

(4) $7>3$이므로 $\sqrt{7}>\sqrt{3}$

$\therefore -\sqrt{7}\ \boxed{<}\ -\sqrt{3}$

(5) $\frac{3}{4}<\frac{5}{6}$이므로 $\sqrt{\frac{3}{4}}<\sqrt{\frac{5}{6}}$

$\therefore -\sqrt{\frac{3}{4}}\ \boxed{>}\ -\sqrt{\frac{5}{6}}$

(6) $\frac{3}{5}>0.2$이므로 $\sqrt{\frac{3}{5}}>\sqrt{0.2}$

$\therefore -\sqrt{\frac{3}{5}}\ \boxed{<}\ -\sqrt{0.2}$

대표문제 15쪽

01 답 (1) $\sqrt{12}<\sqrt{21}$ (2) $-\sqrt{\frac{1}{6}}<-\sqrt{\frac{1}{7}}$ (3) $6>\sqrt{35}$ (4) $-\sqrt{30}<-5$ (5) $\sqrt{0.5}>0.7$ (6) $-\frac{3}{5}>-\sqrt{\frac{2}{5}}$

(1) $12<21$이므로 $\sqrt{12}<\sqrt{21}$

(2) $\frac{1}{6}>\frac{1}{7}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{6}}>\sqrt{\frac{1}{7}}$ $\quad\therefore -\sqrt{\frac{1}{6}}<-\sqrt{\frac{1}{7}}$

(3) $6=\sqrt{36}$이고 $\sqrt{36}>\sqrt{35}$이므로 $6>\sqrt{35}$

(4) $5=\sqrt{25}$이고 $\sqrt{30}>\sqrt{25}$이므로 $-\sqrt{30}<-\sqrt{25}$

$\therefore -\sqrt{30}<-5$

(5) $0.7=\sqrt{0.49}$이고 $\sqrt{0.5}>\sqrt{0.49}$이므로 $\sqrt{0.5}>0.7$

(6) $\frac{3}{5}=\sqrt{\frac{9}{25}}$, $\sqrt{\frac{2}{5}}=\sqrt{\frac{10}{25}}$이고 $\sqrt{\frac{9}{25}}<\sqrt{\frac{10}{25}}$이므로

$-\sqrt{\frac{9}{25}}>-\sqrt{\frac{10}{25}}$

$\therefore -\frac{3}{5}>-\sqrt{\frac{2}{5}}$

02 답 (1) $\sqrt{(-6)^2}>\sqrt{4^2}$ (2) $-\sqrt{(-3)^2}<-\sqrt{8}$

(1) $\sqrt{(-6)^2}=6$, $\sqrt{4^2}=4$이므로 $\sqrt{(-6)^2}>\sqrt{4^2}$

(2) $-\sqrt{(-3)^2}=-3=-\sqrt{9}$이고 $-\sqrt{9}<-\sqrt{8}$이므로

$-\sqrt{(-3)^2}<-\sqrt{8}$

03 답 (1) $\sqrt{\frac{13}{2}}$, $\sqrt{8}$, 3, $\sqrt{10}$ (2) $-\sqrt{11}$, $-\sqrt{6}$, 0, $\sqrt{15}$, 4

(1) $3=\sqrt{9}$, $\sqrt{\frac{13}{2}}=\sqrt{6.5}$이므로

$\sqrt{\frac{13}{2}}<\sqrt{8}<3<\sqrt{10}$

(2) (음수)<0<(양수)이므로 음수와 양수로 나누어 비교한다.

음수: $\sqrt{11}>\sqrt{6}$이므로 $-\sqrt{11}<-\sqrt{6}$

양수: $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$이므로 $4>\sqrt{15}$

$\therefore -\sqrt{11}<-\sqrt{6}<0<\sqrt{15}<4$

04 답 (1) 7개 (2) 9개 (3) 6개 (4) 3개

(1) $\sqrt{x}<\sqrt{8}$에서 양변을 제곱하면 $x<8$이므로 주어진 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2, 3, …, 7의 7개이다.

(2) $\sqrt{x}\le 3$에서 양변을 제곱하면 $x\le 9$이므로 주어진 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2, 3, …, 9의 9개이다.

(3) $-\sqrt{x}\ge-\sqrt{6}$의 양변에 -1을 곱하면

$\sqrt{x}\le\sqrt{6}$

따라서 양변을 제곱하면 $x\le 6$이므로 주어진 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2, 3, …, 6의 6개이다.

(4) $-\sqrt{x}>-2$의 양변에 -1을 곱하면

$\sqrt{x}<2$

따라서 양변을 제곱하면 $x<4$이므로 주어진 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2, 3의 3개이다.

05 답 (1) 7개 (2) 9개 (3) 4개 (4) 2개

(1) $1<\sqrt{x}<3$의 각 변을 제곱하면

$1<x<9$

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 7개이다.

(2) $4\le\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면

$16\le x<25$

따라서 자연수 x는 16, 17, 18, …, 24의 9개이다.

(3) $-2\le-\sqrt{x}\le 0$의 각 변에 -1을 곱하면

$0\le\sqrt{x}\le 2$

각 변을 제곱하면

$0\le x\le 4$

따라서 자연수 x는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

(4) $\sqrt{7}<x<\sqrt{18}$의 각 변을 제곱하면

$(\sqrt{7})^2<x^2<(\sqrt{18})^2$, $7<x^2<18$

이때 7과 18 사이의 수 중에서 제곱수는 9, 16이므로 자연수 x는 3, 4의 2개이다.

06 ㉰ 풀이 참조

$2<\sqrt{x+3}<3$의 각 변을 제곱하면

$2^2<(\sqrt{x+3})^2<\boxed{3}^2$, $4<x+3<\boxed{9}$

각 변에서 3을 빼면

$\boxed{1}<x<\boxed{6}$

따라서 자연수 x는 $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$이다.

소단원 핵심 문제 16~17쪽

01 ⑤	**02** -3	**03** $\sqrt{35}$ m	**04** ②	**05** ④
06 3	**07** 5	**08** 3	**09** ③	**10** ③
11 2				

01 6의 제곱근은 제곱하여 6이 되는 수이므로 x가 6의 제곱근임을 나타내는 것은 $x^2=6$ 또는 $x=\pm\sqrt{6}$이다.

이것만은 꼭!

a의 제곱근$(a\geq 0)$ ⇨ 제곱하여 a가 되는 수
⇨ $x^2=a$를 만족하는 x의 값
⇨ $\pm\sqrt{a}$

02 $\frac{9}{64}$의 양의 제곱근은 $\frac{3}{8}$이므로 $a=\frac{3}{8}$

$(-8)^2=64$의 음의 제곱근은 -8이므로 $b=-8$

$\therefore ab=\frac{3}{8}\times(-8)=-3$

03 직사각형 모양의 화단의 넓이는

$7\times 5=35(\text{m}^2)$

정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이를 x m라 하면

$x^2=35 \quad \therefore x=\pm\sqrt{35}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{35}$

따라서 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ m이다.

04 ① $\sqrt{9}=3$ ③ $-\sqrt{16}=-4$

④ $\sqrt{1.21}=1.1$ ⑤ $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$

이것만은 꼭!

순환소수를 분수로 나타내기

① $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$ ② $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{ab}{99}$

③ $0.a\dot{b}=\frac{ab-a}{90}$ ④ $a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$

05 ①, ②, ③, ⑤ 5 ④ -5

06 $\sqrt{4^2}-\sqrt{\frac{1}{9}}\times(-\sqrt{6})^2\div\sqrt{(-2)^2}=4-\frac{1}{3}\times 6\div 2$

$=4-1=3$

07 $-3<x<2$일 때,

$3+x>0$, $x-2<0$이므로

$\sqrt{(3+x)^2}+\sqrt{(x-2)^2}=(3+x)+\{-(x-2)\}$

$=3+x-x+2=5$

08 108을 소인수분해하면 $108=2^2\times 3^3$

$\sqrt{\frac{108}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times 3^3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 108의 약수이면서 $3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 3이다.

09 $\sqrt{18+x}$가 자연수가 되기 위해서는 $18+x$가 18보다 큰 제곱수이어야 하므로

$18+x=25, 36, 49, 64, \cdots$

$\therefore x=7, 18, 31, 46, \cdots$

따라서 x의 값이 아닌 것은 ③이다.

10 ① $7=\sqrt{49}$이고 $\sqrt{48}<\sqrt{49}$이므로 $\sqrt{48}<7$

② $\sqrt{14}>\sqrt{12}$이므로 $-\sqrt{14}<-\sqrt{12}$

③ $0.1=\sqrt{0.1^2}=\sqrt{0.01}$이고 $\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1}$이므로

$0.1<\sqrt{0.1}$

④ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$

⑤ $4=\sqrt{16}$이고 $-\sqrt{15}>-\sqrt{16}$이므로 $-\sqrt{15}>-4$

11 $25<30<36$에서 $\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$이므로 $5<\sqrt{30}<6$

즉, $\sqrt{30}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이므로

$f(30)=5$

$9<12<16$에서 $\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{12}<4$

즉, $\sqrt{12}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3의 3개이므로

$f(12)=3$

$\therefore f(30)-f(12)=5-3=2$

2 무리수와 실수

개념 05 무리수와 실수

개념 확인하기 18쪽

1 ㉰ (1) 유 (2) 유 (3) 무 (4) 무 (5) 무 (6) 유

(2) 순환소수는 유리수이다.

(3) 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.

(5) $\sqrt{5}$는 무리수이고 $1+\sqrt{5}$도 무리수이다.

(6) $-\sqrt{81}=-\sqrt{9^2}=-9$이므로 유리수이다.

대표문제 19쪽

01 답 (1) $-\sqrt{\frac{1}{16}}$, $0.\dot{3}$ (2) $\sqrt{0.9}$, $\sqrt{35}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) $-\sqrt{\frac{1}{16}}=-\frac{1}{4}$이고 $0.\dot{3}$은 순환소수이므로 $-\sqrt{\frac{1}{16}}$과 $0.\dot{3}$은 유리수이다.

02 답 (가) 무한소수 (나) 순환소수가 아닌 무한소수

03 답 ㄱ, ㄴ, ㅁ

순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.

ㄷ. $\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$ (유리수)

ㅂ. $\sqrt{144}=\sqrt{12^2}=12$ (유리수)

이상에서 순환소수가 아닌 무한소수는 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

04 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

(2) 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

(3) 순환소수는 모두 유리수이다.

05 답 (가) 정수 (나) 정수가 아닌 유리수 (다) 무리수

06 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

ㄱ. $\sqrt{\frac{1}{64}}=\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2}=\frac{1}{8}$ (유리수)

ㅂ. $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$ (유리수)

이상에서 무리수는 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ이다.

개념 06 실수와 수직선

개념 확인하기 20쪽

1 답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $1+\sqrt{2}$ (3) $1-\sqrt{2}$

(1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

(2) $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이고 점 P는 점 A(1)에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $1+\sqrt{2}$이다.

(3) $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이고 점 Q는 점 A(1)에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 Q가 나타내는 수는 $1-\sqrt{2}$이다.

대표문제 21쪽

01 답 (1) $-2+\sqrt{2}$ (2) $3-\sqrt{2}$ (3) $-5-\sqrt{2}$

(1) $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$

점 P는 점 A(-2)에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $-2+\sqrt{2}$이다.

(2) $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$

점 P는 점 A(3)에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $3-\sqrt{2}$이다.

(3) $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$

점 P는 점 A(-5)에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $-5-\sqrt{2}$이다.

02 답 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{10}$

(1) $\overline{AC}$는 $\angle B=90^\circ$이고 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=3$인 직각삼각형 ABC의 빗변이므로

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

(2) $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{10}$이고 점 P는 점 A(0)에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $\sqrt{10}$이다.

03 답 (1) $-\sqrt{5}$ (2) $-1+\sqrt{8}$ (3) $2-\sqrt{13}$

(1) $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$

점 P는 점 A(0)에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $-\sqrt{5}$이다.

(2) $\overline{AB}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{8}$

점 P는 점 A(-1)에서 오른쪽으로 $\sqrt{8}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $-1+\sqrt{8}$이다.

(3) $\overline{AB}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{13}$

점 P는 점 A(2)에서 왼쪽으로 $\sqrt{13}$만큼 떨어진 점이므로 점 P가 나타내는 수는 $2-\sqrt{13}$이다.

04 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

(1) -1과 1 사이에는 0, 0.1, 0.11, 0.111, …과 같이 무수히 많은 유리수가 있다.

(3) 수직선 위의 모든 점은 실수를 하나씩 나타낸다.

개념 07 실수의 대소 관계

개념 확인하기 22쪽

1 답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

(1) $2-(1+\sqrt{5})=\boxed{1-\sqrt{5}}$

그런데 $1<\sqrt{5}$이므로 $1-\sqrt{5}<0$

$\therefore 2<1+\sqrt{5}$

(2) $(6-\sqrt{7})-3=\boxed{3-\sqrt{7}}$

그런데 $3=\sqrt{9}$이고, $\sqrt{9}>\sqrt{7}$에서 $3>\sqrt{7}$이므로

$3-\sqrt{7}>0$

$\therefore 6-\sqrt{7}>3$

대표문제 23~24쪽

01 답 (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $>$

(1) $(\sqrt{12}-3)-1=\sqrt{12}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{12}-3<1$

(2) $5-(\sqrt{15}+1)=4-\sqrt{15}=\sqrt{16}-\sqrt{15}>0$

$\therefore 5>\sqrt{15}+1$

(3) $(1-\sqrt{11})-(-2)=3-\sqrt{11}=\sqrt{9}-\sqrt{11}<0$

$\therefore 1-\sqrt{11}<-2$

(4) $3-(-2+\sqrt{10})=5-\sqrt{10}=\sqrt{25}-\sqrt{10}>0$

$\therefore 3>-2+\sqrt{10}$

02 답 풀이 참조

두 수 -3, -4에 대하여 $-3 > -4$

양변에 $\boxed{\sqrt{3}}$을 더하면

$-3+\boxed{\sqrt{3}} > -4+\boxed{\sqrt{3}}$

$\therefore -3+\sqrt{3} > \sqrt{3}-4$

03 답 (1) $>$ (2) $<$ (3) $>$

(1) $1>-1$이므로 양변에 $\sqrt{13}$을 더하면

$1+\sqrt{13}>-1+\sqrt{13}$ $\therefore 1+\sqrt{13}>\sqrt{13}-1$

(2) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$이므로 양변에서 2를 빼면

$\sqrt{5}-2<\sqrt{7}-2$

(3) $-3>-5$이므로 양변에 $\sqrt{6}$을 더하면

$-3+\sqrt{6}>-5+\sqrt{6}$ $\therefore \sqrt{6}-3>-5+\sqrt{6}$

04 답 풀이 참조

두 수 4, $\sqrt{15}$에 대하여 $4=\sqrt{16}$이고

$\sqrt{16} > \sqrt{15}$이므로 $4 > \sqrt{15}$

양변에 $\boxed{\sqrt{11}}$을 더하면

$4+\sqrt{11} > \sqrt{15}+\sqrt{11}$

$\therefore 4+\sqrt{11} > \sqrt{11}+\sqrt{15}$

05 답 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$

(1) $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{2}$이므로 $2>\sqrt{2}$

양변에 $\sqrt{7}$을 더하면 $\sqrt{7}+2>\sqrt{7}+\sqrt{2}$

(2) $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$

양변에서 $\sqrt{5}$를 빼면 $\sqrt{8}-\sqrt{5}<3-\sqrt{5}$

(3) $-2=-\sqrt{4}$이고 $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}$이므로 $-2<-\sqrt{3}$

양변에 $\sqrt{6}$을 더하면 $-2+\sqrt{6}<-\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$\therefore -2+\sqrt{6}<\sqrt{6}-3$

06 답 풀이 참조

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$에서

$\sqrt{6}=\boxed{2}.\text{xxx}$이므로 $\sqrt{6}+1=\boxed{3}.\text{xxx}$

$\therefore 3 < \sqrt{6}+1$

07 답 (1) $>$, $>$ (2) $<$, $<$ (3) $b<a<c$

(3) $a>b$, $a<c$이므로 $b<a<c$

08 답 (1) $c<a<b$ (2) $c<b<a$ (3) $a<c<b$

(1) $a-b=(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$이므로

$a<b$

$a-c=(\sqrt{3}+2)-3=\sqrt{3}-1>0$이므로

$a>c$

$\therefore c<a<b$

(2) $a-b=(\sqrt{11}-1)-2=\sqrt{11}-3=\sqrt{11}-\sqrt{9}>0$이므로

$a>b$

$b-c=2-(-2+\sqrt{11})=4-\sqrt{11}=\sqrt{16}-\sqrt{11}>0$이므로

$b>c$

$\therefore c<b<a$

(3) $a-c=(3-\sqrt{17})-(-1)=4-\sqrt{17}=\sqrt{16}-\sqrt{17}<0$

이므로 $a<c$

$b-c=(3-\sqrt{15})-(-1)=4-\sqrt{15}=\sqrt{16}-\sqrt{15}>0$

이므로 $b>c$

$\therefore a<c<b$

09 답 $\sqrt{8}$

$3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로 $3>\sqrt{8}$

$3-(\sqrt{3}+2)=1-\sqrt{3}<0$이므로 $3<\sqrt{3}+2$

$-\sqrt{2}+1<0$

$\therefore \sqrt{3}+2>3>\sqrt{8}>0>-\sqrt{2}+1$

따라서 큰 것부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{8}$이다.

10 답 (1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7.1}$, $\sqrt{\frac{17}{2}}$ (2) $\sqrt{16.2}$

(1) $2=\sqrt{4}$, $4=\sqrt{16}$이므로

$\sqrt{3}<\sqrt{4}$, $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{16}$, $\sqrt{4}<\sqrt{7.1}<\sqrt{16}$,

$\sqrt{4}<\sqrt{\frac{17}{2}}(=\sqrt{8.5})<\sqrt{16}$, $\sqrt{16}<\sqrt{16.2}$

따라서 2와 4 사이에 있는 수는 $\sqrt{5}$, $\sqrt{7.1}$, $\sqrt{\frac{17}{2}}$이다.

(2) $3=\sqrt{9}$, $5=\sqrt{25}$이므로

$\sqrt{3}<\sqrt{9}$, $\sqrt{5}<\sqrt{9}$, $\sqrt{7.1}<\sqrt{9}$, $\sqrt{\frac{17}{2}}(=\sqrt{8.5})<\sqrt{9}$,

$\sqrt{9}<\sqrt{16.2}<\sqrt{25}$

따라서 3과 5 사이에 있는 수는 $\sqrt{16.2}$이다.

11 답 풀이 참조

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $\boxed{2}<\sqrt{7}<\boxed{3}$

$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$, 즉 $\boxed{4}<\sqrt{20}<\boxed{5}$이므로

$\boxed{5}<1+\sqrt{20}<\boxed{6}$

따라서 $\sqrt{7}$과 $1+\sqrt{20}$ 사이에 있는 정수는

$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$이다.

개념 08 제곱근의 값

개념 확인하기 25쪽

1 답 (1) 3, $\sqrt{12}-3$ (2) 5, $\sqrt{30}-5$ (3) 8, $\sqrt{75}-8$

(1) $\sqrt{12}$에서 $3^2=9$, $4^2=16$이므로
$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$ $\quad\therefore 3<\sqrt{12}<4$
따라서 $\sqrt{12}$의 정수 부분은 3이고, 소수 부분은 $\sqrt{12}-3$이다.

(2) $\sqrt{30}$에서 $5^2=25$, $6^2=36$이므로
$\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$ $\quad\therefore 5<\sqrt{30}<6$
따라서 $\sqrt{30}$의 정수 부분은 5이고, 소수 부분은 $\sqrt{30}-5$이다.

(3) $\sqrt{75}$에서 $8^2=64$, $9^2=81$이므로
$\sqrt{64}<\sqrt{75}<\sqrt{81}$ $\quad\therefore 8<\sqrt{75}<9$
따라서 $\sqrt{75}$의 정수 부분은 8이고, 소수 부분은 $\sqrt{75}-8$이다.

대표 문제 26쪽

01 답 (1) 1.095 (2) 1.145 (3) 1.192 (4) 1.241

02 답 (1) 4.743 (2) 4.919

03 답 (1) 9.52 (2) 9.61 (3) 9.74 (4) 9.83

04 답 1, 3, 3, 3, $\sqrt{2}-1$

05 답 -2, -1, 1, 2, 1, 1, $2-\sqrt{3}$

06 답 (1) 정수 부분: 3, 소수 부분: $\sqrt{6}-2$
(2) 정수 부분: 1, 소수 부분: $3-\sqrt{5}$

(1) $2<\sqrt{6}<3$이므로 $3<1+\sqrt{6}<4$
따라서 $1+\sqrt{6}$의 정수 부분은 3이고,
소수 부분은 $(1+\sqrt{6})-3=\sqrt{6}-2$이다.

(2) $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로
$1<4-\sqrt{5}<2$
따라서 $4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 1이고,
소수 부분은 $(4-\sqrt{5})-1=3-\sqrt{5}$이다.

소단원 핵심 문제 27~28쪽

01 2개	02 ④	03 ④	04 $\sqrt{3}$	05 ㄱ, ㄹ
06 ⑤	07 점 D	08 ⑤	09 133.1	10 ②

01 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
$\sqrt{\frac{1}{49}}=\frac{1}{7}$이고, $-\sqrt{(-5)^2}=-5$이므로
$\sqrt{\frac{1}{49}}$, $-\sqrt{(-5)^2}$은 유리수이다.
따라서 순환소수가 아닌 무한소수는 $-\sqrt{0.9}$, $4-\sqrt{2}$의 2개이다.

02 ③ $(\sqrt{2})^2=2$이므로 제곱하면 유리수가 된다.
④ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다.
기약분수로 나타낼 수 있는 수는 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 유리수가 아닌 실수는 무리수이다.
① $\sqrt{0.25}=\sqrt{0.5^2}=0.5$
② $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$
③ $-\sqrt{100}=-\sqrt{10^2}=-10$
⑤ $-\frac{1}{\sqrt{36}}=-\frac{1}{\sqrt{6^2}}=-\frac{1}{6}$
따라서 유리수가 아닌 실수는 ④이다.

04 $\overline{OD}=\overline{OB}=\sqrt{2}$이고 △ODE에서
$\overline{OE}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$
따라서 $\overline{OP}=\overline{OE}=\sqrt{3}$이므로 점 P가 나타내는 수는 $\sqrt{3}$이다.

05 ㄴ. -2와 2 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1의 3개이다.
ㄷ. $\sqrt{2}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

06 ① $(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로
$\sqrt{5}+1>3$
② $(8-\sqrt{6})-6=2-\sqrt{6}=\sqrt{4}-\sqrt{6}<0$이므로
$8-\sqrt{6}<6$
③ $3-(\sqrt{2}+2)=1-\sqrt{2}=\sqrt{1}-\sqrt{2}<0$이므로
$3<\sqrt{2}+2$
④ $5=\sqrt{25}$이고 $\sqrt{25}>\sqrt{24}$이므로 $-5<-\sqrt{24}$
양변에 $\sqrt{11}$을 더하면 $\sqrt{11}-5<\sqrt{11}-\sqrt{24}$
⑤ $(\sqrt{10}+2)-5=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$이므로
$\sqrt{10}+2>5$

07 $\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{13}<4$이므로
$1<\sqrt{13}-2<2$
따라서 $\sqrt{13}-2$를 나타내는 점은 점 D이다.

08 ① $\sqrt{3}+0.2=1.732+0.2=1.932$이므로
$\sqrt{3}<\sqrt{3}+0.2<\sqrt{5}$
② $\sqrt{5}-0.1=2.236-0.1=2.136$이므로
$\sqrt{3}<\sqrt{5}-0.1<\sqrt{5}$
④ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$는 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$의 평균이므로 $\sqrt{3}<\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}<\sqrt{5}$

⑤ $1+\sqrt{3}=1+1.732=2.732>\sqrt{5}$이므로 $1+\sqrt{3}$은 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않다.

참고 ① $\sqrt{5}-\sqrt{3}=2.236-1.732=0.504$이므로 $\sqrt{3}+0.2$, $\sqrt{5}-0.1$은 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수이다.

② 두 수 a, b에 대하여 $\frac{a+b}{2}$는 수직선에서 a와 b를 나타내는 두 점의 한가운데 점을 나타내는 수이므로 a와 b 사이에 있는 수이다.

09 $\sqrt{56.4}=7.510$이므로 $x=7.510$
$\sqrt{58}=7.616$이므로 $y=58$
$\therefore 10x+y=10\times7.510+58=75.1+58=133.1$

10 $3<\sqrt{15}<4$에서 $-4<-\sqrt{15}<-3$이므로
$2<6-\sqrt{15}<3$
즉, $6-\sqrt{15}$의 정수 부분은 2이고, 소수 부분은
$(6-\sqrt{15})-2=4-\sqrt{15}$이므로
$a=2$, $b=4-\sqrt{15}$
$\therefore b-a=(4-\sqrt{15})-2=2-\sqrt{15}$

중단원 마무리 문제 29~31쪽

01 ②, ⑤	**02** -33	**03** 2개	**04** ④	**05** 3
06 ㄴ, ㄷ	**07** ③	**08** ②	**09** ⑤	**10** ④
11 a^2, a, $\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{1}{a}}$		**12** 33	**13** 10	**14** ①, ④
15 $a=-\sqrt{8}$, $b=1+\sqrt{10}$			**16** ①, ④	**17** ⑤
18 ③	**19** 5.586	**20** $5-\sqrt{3}$		

01 ① -2는 4의 음의 제곱근이다.
③ $\sqrt{9}=3$
④ 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.

02 $(-11)^2=121$의 양의 제곱근은 11이므로 $a=11$ … ㉮
$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $b=-3$ … ㉯
$\therefore ab=11\times(-3)=-33$ … ㉰

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	a의 값 구하기	40 %
㉯	b의 값 구하기	40 %
㉰	ab의 값 구하기	20 %

03 주어진 수의 제곱근을 각각 구해 보면
$2 \Rightarrow \pm\sqrt{2}$, $\sqrt{36}=6 \Rightarrow \pm\sqrt{6}$,
$\sqrt{144}=12 \Rightarrow \pm\sqrt{12}$, $(-5)^2=25 \Rightarrow \pm5$,
$1.\dot{7}=\frac{16}{9} \Rightarrow \pm\frac{4}{3}$
따라서 주어진 수의 제곱근 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 $(-5)^2$, $1.\dot{7}$의 2개이다.

04 ④ $-\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2=-\frac{1}{3}$

05 $\sqrt{169}+(-\sqrt{8})^2\times\left(-\sqrt{\frac{1}{4}}\right)-\sqrt{(-6)^2}$
$=13+8\times\left(-\frac{1}{2}\right)-6=13-4-6=3$

06 ㄱ. $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$
ㄹ. $(-\sqrt{-a})^2=-a$
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

07 $\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{4b^2}=\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{(2b)^2}$
$a>0$이므로 $-7a<0$, $b<0$이므로 $2b<0$
$\therefore \sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{4b^2}=\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{(2b)^2}$
$=-(-7a)+(-2b)=7a-2b$

08 $\sqrt{150x}=\sqrt{2\times3\times5^2\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $x=2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
① $6=2\times3$ ② $12=2\times3\times2$
③ $24=2\times3\times2^2$ ④ $54=2\times3\times3^2$
⑤ $96=2\times3\times4^2$

09 $\sqrt{20-x}$가 정수가 되기 위해서는 $20-x$가 0 또는 20보다 작은 제곱수이어야 하므로
$20-x=0, 1, 4, 9, 16$ $\therefore x=20, 19, 16, 11, 4$
따라서 $\sqrt{20-x}$가 정수가 되도록 하는 자연수 x의 개수는 5개이다.

이것만은 꼭!
$\sqrt{★}$이 정수가 되려면 ★은 0 또는 제곱수이어야 한다.

10 ④ $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $\frac{1}{\sqrt{5}}>\frac{1}{\sqrt{6}}$
⑤ $0.7=\sqrt{0.49}$이고 $\sqrt{0.49}<\sqrt{0.7}$이므로 $0.7<\sqrt{0.7}$

11 전략 $0<a<1$임을 이용하여 a, $\sqrt{\frac{1}{a}}$, a^2, $\sqrt{a}$의 값의 범위를 구한다.
$0<a<1$이므로 $a^2<a$, $a<\sqrt{a}$
즉, $a^2<a<\sqrt{a}$
또, $0<\sqrt{a}<1$, $1<\sqrt{\frac{1}{a}}$이므로 $\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}$
$\therefore a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}$

이런 풀이 어때요?
$a=\frac{1}{4}$을 각각 대입하면
$\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{4}=2$, $a^2=\frac{1}{16}$, $\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$
따라서 $\frac{1}{16}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}<2$이므로 $a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}$

12 (i) $3<\sqrt{x}<4$에서 $3^2<(\sqrt{x})^2<4^2$ $\quad\therefore 9<x<16$

즉, 이를 만족하는 자연수 x는

10, 11, 12, 13, 14, 15이다. … ㉮

(ii) $\sqrt{80}<x<\sqrt{150}$에서 $(\sqrt{80})^2<x^2<(\sqrt{150})^2$

$\therefore 80<x^2<150$

즉, 이를 만족하는 자연수 x는

9, 10, 11, 12이다. … ㉯

(i), (ii)에서 두 부등식을 동시에 만족하는 자연수 x는 10, 11, 12이므로 구하는 합은

$10+11+12=33$ … ㉰

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	$3<\sqrt{x}<4$를 만족하는 자연수 x의 값 구하기	40 %
㉯	$\sqrt{80}<x<\sqrt{150}$을 만족하는 자연수 x의 값 구하기	40 %
㉰	두 부등식을 동시에 만족하는 모든 자연수 x의 값의 합 구하기	20 %

13 전략 $f(1), f(2), f(3), \cdots$의 값을 차례대로 구한다.

$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \cdots$이므로

$f(1)=(\sqrt{1}$보다 작은 자연수의 개수$)=0$

$f(2)=(\sqrt{2}$보다 작은 자연수의 개수$)=1$

$f(3)=(\sqrt{3}$보다 작은 자연수의 개수$)=1$

$f(4)=(\sqrt{4}$보다 작은 자연수의 개수$)$

$=(2$보다 작은 자연수의 개수$)=1$

이와 같은 방법으로

$f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=f(9)=2$,

$f(10)=f(11)=\cdots=f(16)=3$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(10)$

$=0+1\times3+2\times5+3\times1=16$

$\therefore x=10$

14 각각의 수의 제곱근을 구하면

① 0 ② $\pm\sqrt{12}$ ③ $\pm\sqrt{32}$ ④ ±7 ⑤ $\pm\sqrt{160}$

따라서 그 제곱근이 무리수가 아닌 것은 ①, ④이다.

15 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$이고 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{8}$이므로

$P(-\sqrt{8})$ $\quad\therefore a=-\sqrt{8}$

또, $\overline{CD}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이고 $\overline{CQ}=\overline{CD}=\sqrt{10}$이므로

$Q(1+\sqrt{10})$ $\quad\therefore b=1+\sqrt{10}$

16 ① $2<\sqrt{6}<3$, $3<\sqrt{12}<4$이므로 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{12}$ 사이에는 1개의 자연수 3이 있다.

② 0과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $-\sqrt{6}$과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

⑤ 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이고, 무리수는 수직선 위의 점으로 나타낼 수 있다.

17 $a-b=(5-\sqrt{7})-2=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$이므로 $a>b$

$b-c=2-(4-\sqrt{6})=-2+\sqrt{6}=-\sqrt{4}+\sqrt{6}>0$이므로

$b>c$

$\therefore c<b<a$

18 $-1-\sqrt{5}, -3, -\sqrt{5}$는 음수, $\sqrt{5}+\sqrt{3}, 3+\sqrt{5}$는 양수이고

(음수)$<0<$(양수)이므로 음수와 양수로 나누어 비교한다.

음수: $(-1-\sqrt{5})-(-3)=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$이므로

$-1-\sqrt{5}<-3$

$-3-(-\sqrt{5})=-3+\sqrt{5}=-\sqrt{9}+\sqrt{5}<0$이므로

$-3<-\sqrt{5}$

양수: $\sqrt{3}<3$이므로 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면 $\sqrt{5}+\sqrt{3}<3+\sqrt{5}$

$\therefore -1-\sqrt{5}<-3<-\sqrt{5}<\sqrt{5}+\sqrt{3}<3+\sqrt{5}$

따라서 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 두 번째에 위치하는 수는 -3이다.

19 $\sqrt{30.3}=5.505$이므로 $a=30.3$

$\sqrt{32.1}=5.666$이므로 $b=32.1$

따라서 $\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{30.3+32.1}{2}=31.2$이므로

$\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}=\sqrt{31.2}=5.586$

20 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이다. $\quad\therefore a=2$

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$

즉, $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이고, 소수 부분은

$(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$이다. $\quad\therefore b=\sqrt{3}-1$

$\therefore 2a-b=2\times2-(\sqrt{3}-1)=4-\sqrt{3}+1=5-\sqrt{3}$

창의·융합 문제 31쪽

10개의 정사각형의 넓이가 각각 $1\,cm^2$, $2\,cm^2$, $3\,cm^2$, $4\,cm^2$, $5\,cm^2$, $6\,cm^2$, $7\,cm^2$, $8\,cm^2$, $9\,cm^2$, $10\,cm^2$이므로 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{1}\,cm$, $\sqrt{2}\,cm$, $\sqrt{3}\,cm$, $\sqrt{4}\,cm$, $\sqrt{5}\,cm$, $\sqrt{6}\,cm$, $\sqrt{7}\,cm$, $\sqrt{8}\,cm$, $\sqrt{9}\,cm$, $\sqrt{10}\,cm$이다. … 1

이때 한 변의 길이가 유리수인 정사각형은 근호 안의 수가 제곱수인 $\sqrt{1}=1(cm)$, $\sqrt{4}=2(cm)$, $\sqrt{9}=3(cm)$의 3개이다. … 2

따라서 한 변의 길이가 무리수인 정사각형의 개수는

$10-3=7$(개) … 3

답 7개

교과서 속 서술형 문제 32~33쪽

1 ❶ $\sqrt{180x}$가 자연수가 되려면?

$180x$가 제곱수가 되어야 한다. 즉, $180x$를 소인수분해 하였을 때 소인수의 지수가 모두 $\boxed{짝수}$가 되어야 한다.

❷ 180을 소인수분해하면?

$180=2^2\times\boxed{3}^2\times\boxed{5}$ … ㉮

❸ $\sqrt{180x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

$\sqrt{180x}=\sqrt{2^2\times\boxed{3}^2\times\boxed{5}\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 $\boxed{\text{짝수}}$가 되어야 하므로

$x=\boxed{5}\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 x는

$5,\ 5\times\boxed{2}^2,\ 5\times\boxed{3}^2,\ 5\times4^2,\ \cdots$

❹ $\sqrt{180x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값은?

이때 x는 가장 작은 두 자리 자연수이므로

$x=5\times\boxed{2}^2=\boxed{20}$ … ㉯

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	180을 소인수분해하기	40 %
㉯	조건을 만족하는 자연수 x의 값 구하기	60 %

2 ❶ $\sqrt{\frac{700}{x}}$이 자연수가 되려면?

$\frac{700}{x}$이 제곱수가 되어야 한다. 즉, $\frac{700}{x}$을 소인수분해하였을 때 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 한다.

❷ 700을 소인수분해하면?

$700=2^2\times5^2\times7$ … ㉮

❸ $\sqrt{\frac{700}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

$\sqrt{\frac{700}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times5^2\times7}{x}}$이 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 자연수 x는 700의 약수이면서 $7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 x는

$7,\ 7\times2^2,\ 7\times5^2,\ 7\times2^2\times5^2$

❹ $\sqrt{\frac{700}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 세 자리 자연수 x의 값은?

이때 x는 가장 작은 세 자리 자연수이므로

$x=7\times5^2=175$ … ㉯

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	700을 소인수분해하기	40 %
㉯	조건을 만족하는 자연수 x의 값 구하기	60 %

3 주어진 우리의 전체 넓이는 정사각형의 넓이와 삼각형의 넓이의 합과 같으므로

$7\times7+\frac{1}{2}\times7\times6=49+21=70(\mathrm{m}^2)$ … ㉮

이때 새로 만들어지는 정사각형 모양의 우리의 한 변의 길이를 x m라 하면

$x^2=70 \quad \therefore x=\pm\sqrt{70}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{70}$

따라서 새로 만들어지는 우리의 한 변의 길이는 $\sqrt{70}$ m이다. … ㉯

답 $\sqrt{70}$ m

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 우리의 전체 넓이 구하기	50 %
㉯	새로 만들어지는 정사각형 모양의 우리의 한 변의 길이 구하기	50 %

4 $xy<0,\ x<y$이므로 $x<0,\ y>0$ … ㉮

따라서 $-4x>0,\ x-2y<0$이므로

$\sqrt{(-4x)^2}-\sqrt{y^2}+\sqrt{(x-2y)^2}$

$=-4x-y+\{-(x-2y)\}=-4x-y-x+2y$

$=-5x+y$ … ㉯

답 $-5x+y$

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	$x,\ y$의 부호 정하기	40 %
㉯	주어진 식 간단히 하기	60 %

5 $\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ … ㉮

$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이고 점 P가 나타내는 수가 $\sqrt{2}-2$이므로 점 A가 나타내는 수는 -2이다. … ㉯

점 A가 나타내는 수는 -2이고 $\overline{AB}=1$이므로 점 B가 나타내는 수는 -1이다. … ㉰

$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이고 점 B가 나타내는 수는 -1이므로 점 Q가 나타내는 수는 $-1-\sqrt{2}$이다. … ㉱

답 $-1-\sqrt{2}$

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	$\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 길이 구하기	20 %
㉯	점 A가 나타내는 수 구하기	30 %
㉰	점 B가 나타내는 수 구하기	20 %
㉱	점 Q가 나타내는 수 구하기	30 %

6 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-4<\sqrt{5}-6<-3$ … ㉮

$-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $3<6-\sqrt{5}<4$ … ㉯

따라서 두 수 $\sqrt{5}-6$과 $6-\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$의 7개이다. … ㉰

답 7개

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	$\sqrt{5}-6$의 값의 범위 구하기	30 %
㉯	$6-\sqrt{5}$의 값의 범위 구하기	30 %
㉰	두 수 사이에 있는 정수의 개수 구하기	40 %