01

유리수와 순환소수

배운내용 Check

1 다음에서 분수는 소수로, 소수는 기약분수로 나타내시오.

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 0.6

2 다음 자연수를 소인수분해하시오.

(1) 18 (2) 75

정답 **1** (1) 0.5 (2) $\frac{3}{5}$

2 (1) 2×3^2 (2) 3×5^2

개념 01 유리수와 소수

개념 알아보기

1 유리수

(1) **유리수:** 분수 $\frac{a}{b}$ (a, b는 정수, $b \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수

$\frac{(정수)}{(0이\ 아닌\ 정수)}$의 꼴

(2) **유리수의 분류**

- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수(자연수): 1, 2, 3, ⋯
    - 0
    - 음의 정수: -1, -2, -3, ⋯
  - 정수가 아닌 유리수: $-\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, -2.5, 0.4, ⋯

2 소수의 분류

(1) **유한소수:** 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수

예 0.5, 1.25, -3.91

(2) **무한소수:** 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수

예 0.333⋯, 1.1234⋯, $\underbrace{3.141592\cdots}_{\pi}$

개념 자세히 보기

분수는 (분자)÷(분모)를 하면 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다.

- 분수 $\xrightarrow{(분자)\div(분모)}$
  - 정수
  - 소수
    - 유한소수 (한계가 있는)
    - 무한소수 (한계가 없는)

예 $\frac{4}{2} \xrightarrow{4\div 2} 2$ ➡ 정수

예 $\frac{2}{5} \xrightarrow{2\div 5} 0.4$ ➡ 유한소수

예 $\frac{2}{3} \xrightarrow{2\div 3} 0.666\cdots$ ➡ 무한소수

» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 2쪽

개념 확인하기

1 다음 소수가 유한소수이면 '유', 무한소수이면 '무'를 써넣으시오.

(1) 0.2333⋯ (　　　)　　(2) 0.3876 (　　　)

(3) 8.9 (　　　)　　(4) 4.2573⋯ (　　　)

(5) 0.612612⋯ (　　　)　　(6) -1.555 (　　　)

바른답·알찬풀이 2쪽

유리수

01 아래 **보기**의 수 중 다음에 해당하는 수를 모두 고르시오.

보기

$-8,\quad 0.7,\quad 0,\quad 3,\quad \frac{10}{5},\quad -\frac{1}{5},\quad -3.45$

(1) 자연수

(2) 음의 정수

(3) 정수

(4) 정수가 아닌 유리수

(5) 유리수

TIP 분수가 주어지면 약분을 하여 정수가 되는지 확인한다.

02 다음 중 정수가 아닌 유리수는 모두 몇 개인가?

$\frac{3}{8},\quad 0.12,\quad \frac{12}{4},\quad -2.67,\quad 0$

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

소수의 분류

03 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{5}{4}$ ⇨ ____________

(2) $\frac{1}{8}$ ⇨ ____________

(3) $\frac{4}{9}$ ⇨ ____________

(4) $\frac{8}{11}$ ⇨ ____________

(5) $\frac{7}{12}$ ⇨ ____________

(6) $\frac{2}{25}$ ⇨ ____________

04 다음 **보기** 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. 3은 유리수가 아니다.

ㄴ. 0.343434⋯는 무한소수이다.

ㄷ. $\frac{3}{4}$을 소수로 나타내면 유한소수이다.

ㄹ. $\frac{7}{16}$을 소수로 나타내면 무한소수이다.

TIP 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가
- 유한 번 나타나는 소수 ⇨ 유한소수
- 무한 번 나타나는 소수 ⇨ 무한소수

익힘교재 3쪽

개념 02 순환소수

개념 알아보기 1 순환소수

(1) **순환소수:** 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수

(2) **순환마디:** 순환소수의 소수점 아래에서 숫자의 배열이 일정하게 되풀이되는 한 부분

$2.313131\cdots = 2.\dot{3}\dot{1}$

순환마디 　 순환소수의 표현

(3) **순환소수의 표현:** 순환소수는 첫 번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어서 나타낸다.

예 $0.666\cdots$ ➡ $0.\dot{6}$ ← 순환마디: 6

$5.9656565\cdots$ ➡ $5.9\dot{6}\dot{5}$ ← 순환마디: 65

$2.723723723\cdots$ ➡ $2.\dot{7}2\dot{3}$ ← 순환마디: 723

주의 순환소수를 나타낼 때는 소수점 아래에서 처음으로 반복되는 부분의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍는다.
$1.231231231\cdots$ ➡ $1.\dot{2}3\dot{1}$ (○), $\dot{1}.2\dot{3}$ (×), $1.23\dot{1}2\dot{3}$ (×)

개념 자세히 보기 순환소수의 표현

다음과 같은 순서에 따라 순환소수를 표현한다.

❶ 소수점 아래에서
❷ 첫 번째 순환마디를 찾아
❸ 양 끝의 숫자 위에 점을 찍는다.

➡

순환소수	순환마디	순환소수의 표현
$0.aaa\cdots$	a	$0.\dot{a}$
$0.ababab\cdots$	ab	$0.\dot{a}\dot{b}$
$a.bcabcabca\cdots$	bca	$a.\dot{b}c\dot{a}$

» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 2쪽

개념 확인하기

1 다음 순환소수의 순환마디를 구하고, 점을 찍어 간단히 나타내시오.

[순환마디] 　 [순환소수의 표현]

(1) $0.212121\cdots$ ⇨ ________ ⇨ ________

(2) $1.555\cdots$ ⇨ ________ ⇨ ________

(3) $2.348348348\cdots$ ⇨ ________ ⇨ ________

(4) $3.5101010\cdots$ ⇨ ________ ⇨ ________

대표 문제

바른답·알찬풀이 2쪽

순환마디와 순환소수의 표현

01 다음 **보기** 중 순환소수와 순환마디가 바르게 연결된 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $0.030303\cdots \Rightarrow 3$
ㄴ. $0.1767676\cdots \Rightarrow 76$
ㄷ. $2.72777\cdots \Rightarrow 27$
ㄹ. $8.494949\cdots \Rightarrow 494$
ㅁ. $56.656565\cdots \Rightarrow 65$

02 다음 순환소수를 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) $3.282828\cdots$

(2) $-0.769769769\cdots$

(3) $1.9454545\cdots$

(4) $4.52666\cdots$

분수를 순환소수로 나타내기

03 분수 $\frac{7}{3}$을 소수로 나타낼 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 순환마디를 구하시오.

(2) 순환소수를 점을 찍어 간단히 나타내시오.

04 다음 분수를 순환소수로 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) $\frac{5}{9}$

(2) $\frac{4}{11}$

(3) $\frac{17}{6}$

(4) $\frac{14}{33}$

소수점 아래 n번째 자리의 숫자 구하기

05 순환소수 $2.\dot{1}\dot{4}$의 소수점 아래 15번째 자리의 숫자를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구하시오.

(2) 소수점 아래 15번째 자리의 숫자를 구하시오.

TIP 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환하는 순환소수의 소수점 아래 n번째 자리의 숫자 구하기

1. 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구한다.
2. n을 순환마디를 이루는 숫자의 개수로 나눈 나머지를 구한다.
3. 순환마디의 순서를 생각하여 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 구한다.

06 순환소수 $1.\dot{8}3\dot{5}$의 소수점 아래 23번째 자리의 숫자를 구하시오.

익힘교재 4쪽

01 다음 중 정수가 아닌 유리수를 모두 고르면? (정답 2개)

① -2.5 ② 0 ③ $\frac{14}{7}$

④ $\frac{8}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

02 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 무한소수가 되는 것을 모두 고르시오.

$$\frac{2}{3},\quad \frac{15}{6},\quad \frac{18}{12},\quad \frac{9}{11},\quad \frac{12}{15}$$

03 다음 중 분수를 소수로 나타낼 때, 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 가장 많은 것은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{8}{11}$

④ $\frac{5}{37}$ ⑤ $\frac{17}{15}$

04 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.777\cdots=0.\dot{7}$ ② $21.666\cdots=21.\dot{6}$

③ $0.4737373\cdots=0.\dot{4}7\dot{3}$ ④ $2.412412412\cdots=\dot{2}.4\dot{1}$

⑤ $5.081081081\cdots=5.\dot{0}8\dot{1}$

UP

05 분수 $\frac{4}{7}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 숫자를 구하시오.

05-1 분수 $\frac{7}{22}$을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 45번째 자리의 숫자를 구하시오.

익힘교재 5쪽

개념 REVIEW

유리수의 분류

유리수
- ❶□□
  - 양의 정수
  - ❷□
  - 음의 정수
- 정수가 아닌 유리수

소수의 분류

- 유한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 ❸□□ 번 나타나는 소수
- 무한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 ❹□□ 번 나타나는 소수

순환마디

순환소수의 소수점 아래에서 숫자의 배열이 일정하게 ❺□□□ 되는 한 부분

순환소수의 표현

순환소수는 첫 번째 ❻□□□□의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어서 나타낸다.

소수점 아래 n번째 자리의 숫자 구하기

순환소수의 소수점 아래 몇 번째 자리에서 순환마디가 시작되는지 확인한다.

답 ❶ 정수 ❷ 0 ❸ 유한 ❹ 무한 ❺ 되풀이 ❻ 순환마디

개념 03 유한소수, 순환소수로 나타낼 수 있는 분수

개념 알아보기

1 유한소수의 분수 표현

(1) 모든 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

(2) 유한소수를 기약분수로 나타내면 분모의 소인수는 2 또는 5뿐이다.

참고 기약분수는 더 이상 약분되지 않는 분수로서 분모와 분자의 공약수가 1뿐이다.

예 $0.3=\frac{3}{10}=\frac{3}{2\times5}$, $0.17=\frac{17}{100}=\frac{17}{2^2\times5^2}$

2 유한소수, 순환소수로 나타낼 수 있는 분수

분수를 기약분수로 나타냈을 때,

(1) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

참고 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 만들 수 있다.

예 $\underbrace{\frac{21}{75}=\frac{7}{25}}_{\text{기약분수로 나타내기}}=\frac{7}{5^2}=\frac{7\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{28}{100}=0.28$

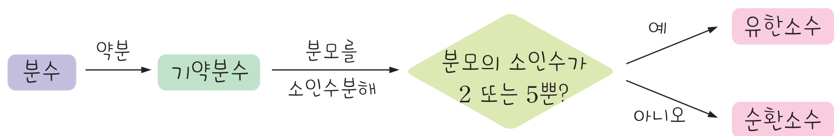
(2) 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

➡ 순환소수로 나타낼 수 있다.

주의 유한소수로 나타낼 수 있는 분수인지 아닌지 판별하기 위하여 분모를 소인수분해하기 전에 반드시 주어진 분수를 기약분수로 고쳐야 한다.

개념 자세히 보기

유한소수와 순환소수를 판별하는 방법



예 $\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=\frac{1}{2\times5}$ $\xrightarrow[\text{2 또는 5뿐이다.}]{\text{분모의 소인수가}}$ 유한소수

예 $\frac{4}{30}=\frac{2}{15}=\frac{2}{3\times5}$ $\xrightarrow[\text{2 또는 5 이외의 수가 있다.}]{\text{분모의 소인수 중에}}$ 순환소수

» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 3쪽

개념 확인하기

1 다음은 분수의 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 고쳐서 유한소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\frac{7}{8}=\frac{7}{2^3}=\frac{7\times\square}{2^3\times\square}=\frac{\square}{1000}=\square$

(2) $\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times5^2}=\frac{3\times\square}{2\times5^2\times\square}=\frac{\square}{100}=\square$

바른답·알찬풀이 3쪽

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

01 다음 분수의 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 고쳐서 유한소수로 나타내시오.

(1) $\frac{3}{4}$　　(2) $\frac{3}{8}$

(3) $\frac{12}{75}$　　(4) $\frac{56}{160}$

02 아래 **보기**의 분수 중 다음에 해당하는 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\frac{2}{5}$　ㄴ. $\frac{3}{7}$　ㄷ. $\frac{5}{8}$

ㄹ. $\frac{3}{60}$　ㅁ. $\frac{7}{84}$　ㅂ. $\frac{21}{112}$

(1) 유한소수로 나타낼 수 있는 것

(2) 유한소수로 나타낼 수 없는 것

03 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\frac{15}{2\times5^2}$　② $\frac{6}{2\times3^2\times5}$　③ $\frac{4}{28}$

④ $\frac{14}{2^2\times5\times7}$　⑤ $\frac{30}{72}$

TIP 먼저 주어진 분수가 기약분수인지 확인한다.

유한소수가 되도록 하는 자연수 구하기

04 다음을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

(1) $\frac{a}{2\times3}$　　(2) $\frac{3\times a}{2\times5^2\times7}$

(3) $\frac{4}{5\times11}\times a$　　(4) $\frac{16}{2\times3\times5\times7}\times a$

05 $\frac{42}{180}\times a$를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 다음 중 a의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 2　② 3　③ 6

④ 12　⑤ 18

순환소수가 되도록 하는 자연수 구하기

06 분수 $\frac{3}{2^2\times x}$을 소수로 나타내면 순환소수가 될 때, 다음 중 x의 값이 될 수 있는 것은?

① 2　② 5　③ 6

④ 9　⑤ 15

TIP 순환소수가 되려면 기약분수로 나타냈을 때, 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

익힘교재 6쪽

개념 04 순환소수를 분수로 나타내기

개념 알아보기

1 순환소수를 분수로 나타내는 방법; 10의 거듭제곱 이용

❶ $x=$(순환소수)라 한다.

❷ 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.

❸ 두 식을 변끼리 빼어 x의 값을 구한다.

〈순환소수 $0.\dot{2}$를 분수로 나타내기〉

❶ $x=0.222\cdots$라 하면

❷ $$\begin{array}{rrl} & 10x= & 2.222\cdots \\ -) & x= & 0.222\cdots \\ \hline \end{array}$$

❸ $9x=2 \quad \therefore x=\dfrac{2}{9}$

2 순환소수를 분수로 나타내는 방법; 공식 이용

❶ 분모는 순환마디를 이루는 숫자의 개수만큼 9를 쓰고, 그 뒤에 소수점 아래 순환마디에 포함되지 않는 숫자의 개수만큼 0을 쓴다.

❷ 분자는 (전체의 수)−(순환하지 않는 부분의 수)를 쓴다.

예 $0.\dot{2}\dot{3}=\dfrac{23}{99}$ (전체의 수: 23, 순환마디 숫자 2개)

$1.2\dot{3}\dot{4}=\dfrac{1234-12}{990}$ (전체의 수: 1234, 순환하지 않는 부분의 수: 12, 순환마디 숫자 2개, 소수점 아래 순환하지 않는 숫자 1개)

3 유리수와 소수의 관계

(1) 정수가 아닌 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

(2) 유한소수와 순환소수는 분수로 나타낼 수 있으므로 모두 유리수이다.

개념 자세히 보기

유리수와 소수의 관계

- 소수
  - 유한소수 → 유리수이다.
  - 무한소수
    - 순환소수 → 유리수이다.
    - 순환소수가 아닌 무한소수 → 유리수가 아니다.

» 익힘교재 2쪽

바른답 · 알찬풀이 4쪽

개념 확인하기

1 다음은 순환소수를 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $0.\dot{5}\dot{3}$

$x=0.535353\cdots$ 이라 하면

$$\begin{array}{rrl} & \square\, x= & 53.535353\cdots \\ -) & x= & 0.535353\cdots \\ \hline & \square\, x= & 53 \end{array} \qquad \therefore x=\square$$

(2) $0.8\dot{6}$

$x=0.8666\cdots$ 이라 하면

$$\begin{array}{rrl} & \square\, x= & 86.666\cdots \\ -) & \square\, x= & 8.666\cdots \\ \hline & \square\, x= & 78 \end{array} \qquad \therefore x=\frac{13}{\square}$$

바른답·알찬풀이 4쪽

순환소수를 분수로 나타내는 방법; 10의 거듭제곱 이용

01 다음 순환소수를 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식을 **보기**에서 고르시오.

보기

ㄱ. $10x-x$ ㄴ. $100x-x$
ㄷ. $100x-10x$ ㄹ. $1000x-x$
ㅁ. $1000x-10x$ ㅂ. $1000x-100x$

(1) $x=1.\dot{2}\dot{4}$ (2) $x=0.\dot{3}6\dot{5}$

(3) $x=0.4\dot{5}$ (4) $x=0.1\dot{3}\dot{2}$

(5) $x=0.27\dot{3}$ (6) $x=1.\dot{6}$

TIP 순환소수를 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식 구하기

① $x=0.\dot{a}\dot{b}$ ⇨ $100x-x$
2개

② $x=0.ab\dot{c}$ ⇨ $1000x-100x$
3개
2개

02 다음 순환소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{8}$

(2) $0.\dot{3}\dot{1}$

(3) $1.6\dot{7}$

(4) $4.1\dot{5}\dot{3}$

순환소수를 분수로 나타내는 방법; 공식 이용

03 다음은 순환소수를 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $0.1\dot{4}=\dfrac{14-\square}{\square}=\square$

(2) $1.0\dot{7}=\dfrac{107-\square}{\square}=\square$

(3) $1.2\dot{3}\dot{8}=\dfrac{1238-\square}{\square}=\square$

04 다음 순환소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) $1.\dot{5}$ (2) $1.\dot{4}3\dot{7}$

(3) $0.58\dot{3}$ (4) $3.6\dot{2}$

TIP $0.\dot{a}=\dfrac{a}{9}$, $0.a\dot{b}=\dfrac{ab-a}{90}$, $a.b\dot{c}\dot{d}=\dfrac{abcd-ab}{990}$

유리수와 소수의 관계

05 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 모든 유한소수는 유리수이다. ( )

(2) 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다. ( )

(3) 모든 무한소수는 유리수이다. ( )

익힘교재 7쪽

01 다음은 분수 $\frac{11}{50}$을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때 수 a, b, c의 값을 각각 구하시오.

$$\frac{11}{50}=\frac{11}{2\times5^2}=\frac{11\times a}{2\times5^2\times a}=\frac{22}{b}=c$$

02 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\frac{8}{20}$　② $\frac{10}{48}$　③ $\frac{5}{72}$
④ $\frac{27}{2^2\times3^2}$　⑤ $\frac{35}{2^2\times5\times7^2}$

03 분수 $\frac{3}{2\times5^2\times x}$을 소수로 나타내면 순환소수가 될 때, x의 값이 될 수 있는 한 자리 자연수의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개
④ 4개　⑤ 5개

04 오른쪽은 순환소수 $0.21\dot{5}$를 기약분수로 나타내는 과정이다. ①~⑤에 알맞은 수로 옳지 않은 것은?

$x=0.21555\cdots$라 하면
$\boxed{①}x=215.555\cdots$
$-)\ \boxed{②}x=\ \ 21.555\cdots$
$\boxed{③}x=\boxed{④}$　$\therefore x=\boxed{⑤}$

① 1000　② 10
③ 900　④ 194
⑤ $\frac{97}{450}$

● 개념 REVIEW

분수를 유한소수로 나타내기
분모가 ❶□의 거듭제곱의 꼴이 되도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

유한소수로 나타낼 수 있는 분수
분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 ❷□ 또는 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

순환소수가 되도록 하는 자연수 구하기
❶ 주어진 분수를 기약분수로 나타내고 분모를 소인수분해한다.
❷ 분모가 2 또는 ❸□ 이외의 소인수를 가질 수 있는 자연수를 구한다.

순환소수를 분수로 나타내기
; 10의 거듭제곱 이용
양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 ❹□□□ 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.

답 ❶ 10 ❷ 2 ❸ 5 ❹ 소수점

바른답·알찬풀이 5쪽

소단원 핵심 문제

05 다음 **보기** 중 순환소수를 분수로 나타내려고 할 때, 가장 편리한 식으로 바르게 연결한 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $x=3.\dot{4}$	⇨ $100x-x$	ㄴ. $x=1.5\dot{2}$	⇨ $100x-10x$
ㄷ. $x=0.\dot{4}0\dot{7}$	⇨ $1000x-x$	ㄹ. $x=2.01\dot{9}$	⇨ $1000x-10x$

06 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $7.\dot{3}=\frac{22}{3}$ ② $0.1\dot{8}=\frac{17}{90}$ ③ $2.9\dot{1}=\frac{131}{45}$

④ $1.0\dot{3}\dot{4}=\frac{1033}{990}$ ⑤ $3.\dot{5}4\dot{5}=\frac{3542}{999}$

07 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 모든 소수는 분수로 나타낼 수 있다.
② 소수는 순환소수와 무한소수로 나눌 수 있다.
③ 무한소수 중에는 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.
④ 정수가 아닌 유리수는 무한소수로만 나타낼 수 있다.
⑤ 기약분수의 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

UP

08 두 분수 $\frac{3}{22}$과 $\frac{7}{45}$에 각각 어떤 자연수 A를 곱하면 두 분수 모두 유한소수로 나타낼 수 있다고 한다. 이때 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

08-1 두 분수 $\frac{1}{30}$과 $\frac{2}{70}$에 각각 어떤 자연수 A를 곱하면 두 분수 모두 유한소수로 나타낼 수 있다고 한다. 이때 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수를 구하시오.

익힘교재 8쪽

개념 REVIEW

순환소수를 분수로 나타내기
; 10의 거듭제곱 이용

- $x=a.\dot{b}$일 때, 가장 편리한 식 ⇨ $10x-x$
- $x=a.b\dot{c}$일 때, 가장 편리한 식 ⇨ ❶ $\boxed{}x-10x$
- $x=a.b\dot{c}\dot{d}$일 때, 가장 편리한 식 ⇨ $1000x-$❷ $\boxed{}x$

순환소수를 분수로 나타내기
; 공식 이용

- $a.\dot{b}=\frac{ab-a}{❸\boxed{}}$
- $a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{❹\boxed{}}$

유리수와 소수의 관계

소수 ❺ □□소수 → 유리수이다.
소수 ❻ □□소수 — 순환소수 → 유리수이다.
소수 ❻ □□소수 — 순환소수가 아닌 무한소수 → 유리수가 아니다.

두 분수를 동시에 유한소수가 되도록 하는 자연수 구하기
각각의 분수를 유한소수가 되도록 하는 미지수의 조건을 생각한다.

답 ❶ 100 ❷ 100 ❸ 9 ❹ 990 ❺ 유한 ❻ 무한

중단원 마무리 문제

01 다음 중 유리수가 아닌 것은?

① 2.35　② -6　③ -0.1234
④ π　⑤ $\frac{4}{21}$

02 다음 중 분수를 소수로 나타낼 때, 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{5}{12}$　③ $\frac{4}{15}$
④ $\frac{13}{30}$　⑤ $\frac{19}{60}$

03 다음 **보기** 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르시오.

보기
ㄱ. $0.888\cdots=0.\dot{8}$
ㄴ. $0.4132132132\cdots=0.4\dot{1}\dot{3}\dot{2}$
ㄷ. $2.512512512\cdots=\dot{2}.5\dot{1}$
ㄹ. $1.315315315\cdots=1.\dot{3}1\dot{5}$

서술형
04 분수 $\frac{14}{55}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 3번째 자리의 숫자를 a, 소수점 아래 34번째 자리의 숫자를 b라 하자. 이때 $a-b$의 값을 구하시오.

UP
05 분수 $\frac{7}{13}$을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 x_n이라 하자. 이때 $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{25}$의 값을 구하시오.

06 다음은 분수 $\frac{7}{40}$을 유한소수로 나타내는 과정이다. ①~⑤에 알맞은 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{7}{40}=\frac{7}{2^3\times5}=\frac{7\times\boxed{②}}{2^3\times5\times5^{\boxed{①}}}=\frac{\boxed{④}}{10^{\boxed{③}}}=\boxed{⑤}$$

① 2　② 5^3　③ 3
④ 175　⑤ 0.175

07 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{6}{28}$　② $\frac{42}{5^2\times3\times7}$
③ $\frac{132}{3\times7\times11}$　④ $\frac{12}{2^3\times3^2\times5}$
⑤ $\frac{4}{360}$

서술형
08 분수 $\frac{x}{90}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$이 된다. x가 $10<x<20$인 자연수일 때, $x+y$의 값을 구하시오.

09 두 분수 $\frac{3}{70}$과 $\frac{17}{102}$에 각각 어떤 자연수 A를 곱하면 두 분수 모두 유한소수로 나타낼 수 있다고 한다. 이때 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

10 분수 $\frac{12}{5\times a}$를 소수로 나타내면 순환소수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

11 순환소수 $1.5\dot{2}\dot{1}$을 분수로 나타내려고 한다. $x=1.5\dot{2}\dot{1}$이라 할 때, 다음 중 가장 편리한 식은?

① $10x-x$ ② $100x-x$
③ $1000x-x$ ④ $1000x-10x$
⑤ $1000x-100x$

12 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.5\dot{6}=\frac{28}{45}$ ② $0.\dot{2}\dot{3}=\frac{23}{90}$
③ $1.\dot{4}\dot{5}=\frac{145}{99}$ ④ $0.3\dot{7}\dot{6}=\frac{373}{999}$
⑤ $1.\dot{2}3\dot{4}=\frac{137}{111}$

13 다음 중 순환소수 $x=2.14333\cdots$에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 유한소수이다.
② $2.1\dot{4}\dot{3}$으로 나타낸다.
③ 순환마디는 143이다.
④ 기약분수로 나타내면 $\frac{643}{300}$이다.
⑤ 분수로 나타낼 때 가장 편리한 식은 $100x-10x$이다.

신유형
14 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$를 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{11}$일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$를 기약분수로 나타내시오.
(단, a, b는 0 또는 한 자리 자연수)

15 순환소수 $0.\dot{4}$의 역수를 a, 순환소수 $0.3\dot{8}$의 역수를 b라 할 때, ab의 값은?

① $\frac{9}{28}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{81}{14}$
④ $\frac{49}{18}$ ⑤ $\frac{84}{9}$

16 $0.\dot{1}2\dot{4}=A\times124$일 때, A의 값을 순환소수로 나타내면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.0\dot{1}$ ③ $0.\dot{0}\dot{1}$
④ $0.00\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{0}0\dot{1}$

UP
17 $\frac{5}{2}\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots\right)$을 계산한 값을 순환소수로 나타내면?

① $0.2\dot{5}$ ② $0.2\dot{7}$ ③ $1.2\dot{5}$
④ $1.\dot{2}\dot{7}$ ⑤ $2.\dot{5}$

서술형
18 자연수 a에 $0.\dot{5}$를 곱해야 할 것을 잘못하여 0.5를 곱했더니 그 계산 결과가 바르게 계산한 답보다 1만큼 작았다. 이때 a의 값을 구하시오.

19 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 모든 순환소수는 유리수이다.
② 모든 무한소수는 유리수가 아니다.
③ 유리수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.
④ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
⑤ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.

창의·융합 문제

다음과 같은 방법으로 유리수를 구하려고 한다.

> ❶ 수직선 위에 두 수 0과 1을 각각 나타내는 두 점 사이를 15등분하여 14개의 점을 찍는다.
> ❷ 14개의 점이 각각 나타내는 유리수를 모두 구한다.

위와 같은 방법으로 구한 유리수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 모두 구하시오. (단, 기약분수로 나타낸다.)

해결의 길잡이

1 수직선 위에 두 수 0과 1을 각각 나타내는 두 점 사이를 15등분하여 14개의 점을 찍고 각 점에 대응하는 유리수를 $\frac{a}{15}$의 꼴로 나타낸다. (단, a는 정수)

2 **1**에서 구한 $\frac{a}{15}$의 꼴의 분수가 유한소수가 되도록 a의 조건을 구한다.

3 수직선 위에 나타낸 14개의 점에 대응하는 유리수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 모두 구한다.

교과서 속

서술형 문제

1 분수 $\frac{15}{2^3\times3^2}$에 어떤 자연수 a를 곱하여 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오.

1 주어진 분수가 유한소수가 되도록 하는 조건은?

주어진 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 $\square$ 또는 $\square$뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

2 주어진 분수를 기약분수로 나타내면?

$\frac{15}{2^3\times3^2}=\frac{\square}{2^{\square}\times3}$ … 30 %

3 (**2**에서 구한 기약분수)$\times a$가 유한소수가 되도록 하는 a의 값의 조건은?

$\square\times a$가 유한소수가 되려면 a는 $\square$의 배수이어야 한다. … 40 %

4 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는?

a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는 $\square$이다. … 30 %

2 분수 $\frac{4}{112}$에 어떤 자연수 a를 곱하여 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수를 구하시오.

1 주어진 분수가 유한소수가 되도록 하는 조건은?

2 주어진 분수를 기약분수로 나타내면?

3 (**2**에서 구한 기약분수)$\times a$가 유한소수가 되도록 하는 a의 값의 조건은?

4 a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는?

바른답·알찬풀이 8쪽

3 분수 $\frac{91}{140}$을 $\frac{a}{10^n}$로 나타낼 때, $a+n$의 값 중 가장 작은 값을 구하시오. (단, a, n은 자연수)

풀이 과정

답 ____________

5 $\frac{1}{6}<0.\dot{x}<\frac{4}{5}$를 만족하는 한 자리 자연수 x의 값 중에서 가장 큰 값을 a, 가장 작은 값을 b라 할 때, $a-b$의 값을 구하시오.

풀이 과정

답 ____________

4 순환소수 $2.2\dot{7}$을 분수로 나타내면 $\frac{a}{90}$이고, 이 분수를 기약분수로 나타내면 $\frac{41}{b}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

풀이 과정

답 ____________

6 어떤 기약분수를 순환소수로 나타내는데 민주는 분자를 잘못 보아서 $1.\dot{3}\dot{8}$이라 하였고, 진혁이는 분모를 잘못 보아서 $3.2\dot{7}$이라 하였다. 처음의 기약분수를 순환소수로 바르게 나타내시오.

풀이 과정

답 ____________

감성 사전

찰칵찰칵 포토툰

비교하려면

굳이 남과 비교하려면 이렇게 하라.
일이 뜻대로 되지 않을 때는 나보다 못한 사람을 생각하라.
원망하고 탓하는 마음이 절로 사라지리라.
마음이 게을러지거든 나보다 나은 사람을 생각하라.
정신이 저절로 분발하리라.
- 채근담

긍정적인 사람이 행복합니다.
행복한 사람은 균형 잡힌 비교를 합니다.
자신과 타인 사이에서 중심을 잃지 않는 비교를 통해
겸손을 배우고, 도전 정신을 키우고,
자족할 줄 아는 마음과 과욕을 부리지 않는 지혜를 갖게 됩니다.

01 유리수와 순환소수

❶ 유리수의 소수 표현

개념 01 유리수와 소수

개념 확인하기 8쪽

1 답 (1) 무 (2) 유 (3) 유 (4) 무 (5) 무 (6) 유

대표문제 9쪽

01 답 (1) 3, $\frac{10}{5}$ (2) -8 (3) -8, 0, 3, $\frac{10}{5}$

(4) 0.7, $-\frac{1}{5}$, -3.45

(5) -8, 0.7, 0, 3, $\frac{10}{5}$, $-\frac{1}{5}$, -3.45

(1), (3) $\frac{10}{5}=2$이므로 양의 정수(자연수)이다.

02 답 ③

$\frac{12}{4}(=3)$, 0은 정수이므로 정수가 아닌 유리수는 $\frac{3}{8}$, 0.12, -2.67의 3개이다.

03 답 (1) 1.25, 유한소수 (2) 0.125, 유한소수
(3) 0.444…, 무한소수 (4) 0.727272…, 무한소수
(5) 0.58333…, 무한소수 (6) 0.08, 유한소수

(1) $\frac{5}{4}=5\div4=1.25$

(2) $\frac{1}{8}=1\div8=0.125$

(3) $\frac{4}{9}=4\div9=0.444\cdots$

(4) $\frac{8}{11}=8\div11=0.727272\cdots$

(5) $\frac{7}{12}=7\div12=0.58333\cdots$

(6) $\frac{2}{25}=2\div25=0.08$

04 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $3=\frac{3}{1}=\frac{6}{2}=\cdots$이므로 3은 유리수이다.

ㄷ. $\frac{3}{4}=3\div4=0.75$이므로 유한소수이다.

ㄹ. $\frac{7}{16}=7\div16=0.4375$이므로 유한소수이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

개념 02 순환소수

개념 확인하기 10쪽

1 답 (1) 21, $0.\dot{2}\dot{1}$ (2) 5, $1.\dot{5}$ (3) 348, $2.\dot{3}4\dot{8}$ (4) 10, $3.5\dot{1}\dot{0}$

대표문제 11쪽

01 답 ㄴ, ㅁ

ㄱ. 0.030303… ⇨ 03

ㄷ. 2.72777… ⇨ 7

ㄹ. 8.494949… ⇨ 49

이상에서 순환소수와 순환마디가 바르게 연결된 것은 ㄴ, ㅁ이다.

02 답 (1) $3.\dot{2}\dot{8}$ (2) $-0.\dot{7}6\dot{9}$ (3) $1.9\dot{4}\dot{5}$ (4) $4.52\dot{6}$

03 답 (1) 3 (2) $2.\dot{3}$

(1) $\frac{7}{3}=7\div3=2.333\cdots$이므로 순환마디는 3이다.

(2) 2.333…을 점을 찍어 간단히 나타내면 $2.\dot{3}$이다.

04 답 (1) $0.\dot{5}$ (2) $0.\dot{3}\dot{6}$ (3) $2.8\dot{3}$ (4) $0.\dot{4}\dot{2}$

(1) $\frac{5}{9}=5\div9=0.555\cdots=0.\dot{5}$

(2) $\frac{4}{11}=4\div11=0.363636\cdots=0.\dot{3}\dot{6}$

(3) $\frac{17}{6}=17\div6=2.8333\cdots=2.8\dot{3}$

(4) $\frac{14}{33}=14\div33=0.424242\cdots=0.\dot{4}\dot{2}$

05 답 (1) 2개 (2) 1

(1) $2.\dot{1}\dot{4}$에서 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 1, 4의 2개이다.

(2) $15=2\times7+1$이므로 소수점 아래 15번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 1이다.

> **이것만은 꼭!**
> 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환하는 순환소수의 소수점 아래 n번째 자리의 숫자는 다음과 같다.
> $n\div$(순환마디를 이루는 숫자의 개수)의 나머지가 r일 때,
> ① $r\neq0$이면 ⇨ 순환마디의 r번째 숫자
> ② $r=0$이면 ⇨ 순환마디의 마지막 숫자

06 답 3

$1.\dot{8}3\dot{5}$의 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 8, 3, 5의 3개이다.
이때 $23=3\times7+2$이므로 소수점 아래 23번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자인 3이다.

소단원 핵심문제 12쪽

01 ①, ⑤ **02** $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{11}$ **03** ④ **04** ③, ④ **05** 7

05-1 8

01 ③ $\frac{14}{7}=2$ ④ $\frac{8}{2}=4$

따라서 정수가 아닌 유리수는 ①, ⑤이다.

02 $\frac{2}{3}=2\div3=0.666\cdots$ (무한소수)

$\frac{15}{6}=15\div6=2.5$ (유한소수)

$\frac{18}{12}=18\div12=1.5$ (유한소수)

$\frac{9}{11}=9\div11=0.818181\cdots$ (무한소수)

$\frac{12}{15}=12\div15=0.8$ (유한소수)

따라서 무한소수가 되는 것은 $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{11}$이다.

03 주어진 분수를 소수로 나타내어 순환마디와 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 각각 구하면 다음과 같다.

① $\frac{2}{9}=2\div9=0.222\cdots$ ⇨ 2 ⇨ 1개

② $\frac{11}{6}=11\div6=1.8333\cdots$ ⇨ 3 ⇨ 1개

③ $\frac{8}{11}=8\div11=0.727272\cdots$ ⇨ 72 ⇨ 2개

④ $\frac{5}{37}=5\div37=0.135135135\cdots$ ⇨ 135 ⇨ 3개

⑤ $\frac{17}{15}=17\div15=1.1333\cdots$ ⇨ 3 ⇨ 1개

따라서 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 가장 많은 것은 ④이다.

04 ③ $0.4737373\cdots=0.4\dot{7}\dot{3}$ ④ $2.412412412\cdots=2.\dot{4}1\dot{2}$

따라서 순환소수의 표현이 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

05 $\frac{4}{7}=0.571428571428571428\cdots=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다.

이때 $20=6\times3+2$이므로 소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자인 7이다.

05-1 $\frac{7}{22}=0.3181818\cdots=0.3\dot{1}\dot{8}$로 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자는 3이고 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 2개이므로 소수점 아래 45번째 자리의 숫자는 순환마디가 시작된 후 $45-1=44$(번째) 자리의 숫자와 같다.

이때 $44=2\times22$이므로 소수점 아래 45번째 자리의 숫자는 순환마디의 마지막 숫자인 8이다.

② 유리수의 분수 표현

개념 03 유한소수, 순환소수로 나타낼 수 있는 분수

개념 확인하기 13쪽

1 답 (1) 5^3, 5^3, 875, 0.875 (2) 2, 2, 6, 0.06

(1) $\frac{7}{8}=\frac{7}{2^3}=\frac{7\times\boxed{5^3}}{2^3\times\boxed{5^3}}=\frac{\boxed{875}}{1000}=\boxed{0.875}$

(2) $\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times5^2}=\frac{3\times\boxed{2}}{2\times5^2\times\boxed{2}}=\frac{\boxed{6}}{100}=\boxed{0.06}$

대표문제 14쪽

01 답 (1) 0.75 (2) 0.375 (3) 0.16 (4) 0.35

(1) $\frac{3}{4}=\frac{3}{2^2}=\frac{3\times5^2}{2^2\times5^2}=\frac{75}{100}=0.75$

(2) $\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3}=\frac{3\times5^3}{2^3\times5^3}=\frac{375}{1000}=0.375$

(3) $\frac{12}{75}=\frac{4}{25}=\frac{4}{5^2}=\frac{4\times2^2}{5^2\times2^2}$

$=\frac{16}{100}=0.16$

(4) $\frac{56}{160}=\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}=\frac{7\times5}{2^2\times5\times5}$

$=\frac{35}{100}=0.35$

02 답 (1) ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ (2) ㄴ, ㅁ

ㄷ. $\frac{5}{8}=\frac{5}{2^3}$ ㄹ. $\frac{3}{60}=\frac{1}{20}=\frac{1}{2^2\times5}$

ㅁ. $\frac{7}{84}=\frac{1}{12}=\frac{1}{2^2\times3}$ ㅂ. $\frac{21}{112}=\frac{3}{16}=\frac{3}{2^4}$

(1) 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

(2) 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 기약분수로 나타냈을 때 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있는 ㄴ, ㅁ이다.

03 답 ①, ④

① $\frac{15}{2\times5^2}=\frac{3}{2\times5}$ ② $\frac{6}{2\times3^2\times5}=\frac{1}{3\times5}$

③ $\frac{4}{28}=\frac{1}{7}$ ④ $\frac{14}{2^2\times5\times7}=\frac{1}{2\times5}$

⑤ $\frac{30}{72}=\frac{5}{12}=\frac{5}{2^2\times3}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 ①, ④이다.

04 답 (1) 3 (2) 7 (3) 11 (4) 21

(1) $\frac{a}{2\times3}$에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 a는 3의 배수이고 이 중 가장 작은 자연수는 3이다.

(2) $\frac{3\times a}{2\times5^2\times7}$에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 a는 7의 배수이고 이 중 가장 작은 자연수는 7이다.

(3) $\frac{4}{5\times11}\times a$에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 a는 11의 배수이고 이 중 가장 작은 자연수는 11이다.

(4) $\frac{16}{2\times3\times5\times7}\times a=\frac{8}{3\times5\times7}\times a$에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 a는 $3\times7=21$의 배수이고 이 중 가장 작은 자연수는 21이다.

05 답 ①

$\frac{42}{180}=\frac{7}{30}=\frac{7}{2\times3\times5}$이므로 $\frac{42}{180}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다.
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

06 답 ④

$\frac{3}{2^2\times x}$이 순환소수가 되려면 기약분수로 나타냈을 때, 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

① $\frac{3}{2^2\times2}=\frac{3}{2^3}$

② $\frac{3}{2^2\times5}$

③ $\frac{3}{2^2\times6}=\frac{1}{2^2\times2}=\frac{1}{2^3}$

④ $\frac{3}{2^2\times9}=\frac{1}{2^2\times3}$

⑤ $\frac{3}{2^2\times15}=\frac{1}{2^2\times5}$

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ④이다.

개념 04 순환소수를 분수로 나타내기

개념 확인하기 15쪽

1 답 (1) 100, 99, $\frac{53}{99}$ (2) 100, 10, 90, 15

(1) $x=0.535353\cdots$이라 하면

$$\begin{array}{rl} \boxed{100}\,x &= 53.535353\cdots \\ -\big)\quad x &= \ \ 0.535353\cdots \\ \hline \boxed{99}\,x &= 53 \qquad \therefore x=\boxed{\frac{53}{99}} \end{array}$$

(2) $x=0.8666\cdots$이라 하면

$$\begin{array}{rl} \boxed{100}\,x &= 86.666\cdots \\ -\big)\quad \boxed{10}\,x &= \ \ 8.666\cdots \\ \hline \boxed{90}\,x &= 78 \qquad \therefore x=\frac{78}{90}=\frac{13}{\boxed{15}} \end{array}$$

이런 풀이 어때요?

공식을 이용하면

(1) $0.\dot{5}\dot{3}=\frac{53}{99}$ (2) $0.8\dot{6}=\frac{86-8}{90}=\frac{78}{90}=\frac{13}{15}$

대표문제 16쪽

01 답 (1) ㄴ (2) ㄹ (3) ㄷ (4) ㅁ (5) ㅂ (6) ㄱ

(1) $100x=124.242424\cdots$, $x=1.242424\cdots$이므로
$100x-x=123$
따라서 가장 편리한 식은 ㄴ이다.

(2) $1000x=365.365365365\cdots$, $x=0.365365365\cdots$이므로
$1000x-x=365$
따라서 가장 편리한 식은 ㄹ이다.

(3) $100x=45.555\cdots$, $10x=4.555\cdots$이므로
$100x-10x=41$
따라서 가장 편리한 식은 ㄷ이다.

(4) $1000x=132.323232\cdots$, $10x=1.323232\cdots$이므로
$1000x-10x=131$
따라서 가장 편리한 식은 ㅁ이다.

(5) $1000x=273.333\cdots$, $100x=27.333\cdots$이므로
$1000x-100x=246$
따라서 가장 편리한 식은 ㅂ이다.

(6) $10x=16.666\cdots$, $x=1.666\cdots$이므로 $10x-x=15$
따라서 가장 편리한 식은 ㄱ이다.

02 답 (1) $\frac{8}{9}$ (2) $\frac{31}{99}$ (3) $\frac{151}{90}$ (4) $\frac{2056}{495}$

(1) $x=0.888\cdots$이라 하면

$$\begin{array}{rl} 10x &= 8.888\cdots \\ -\big)\quad x &= 0.888\cdots \\ \hline 9x &= 8 \end{array}$$

$\therefore x=\frac{8}{9}$

(2) $x=0.313131\cdots$이라 하면

$$\begin{array}{rl} 100x &= 31.313131\cdots \\ -\big)\quad x &= \ \ 0.313131\cdots \\ \hline 99x &= 31 \end{array}$$

$\therefore x=\frac{31}{99}$

(3) $x=1.6777\cdots$이라 하면

$$\begin{array}{r} 100x=167.777\cdots \\ -\underline{)\ \ 10x=\ \ 16.777\cdots} \\ 90x=151 \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{151}{90}$

(4) $x=4.1535353\cdots$이라 하면

$$\begin{array}{r} 1000x=4153.535353\cdots \\ -\underline{)\ \ 10x=\ \ \ 41.535353\cdots} \\ 990x=4112 \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{4112}{990}=\dfrac{2056}{495}$

03 답 (1) 1, 90, $\dfrac{13}{90}$ (2) 10, 90, $\dfrac{97}{90}$ (3) 12, 990, $\dfrac{613}{495}$

(1) $0.1\dot{4}=\dfrac{14-\boxed{1}}{\boxed{90}}=\boxed{\dfrac{13}{90}}$

(2) $1.0\dot{7}=\dfrac{107-\boxed{10}}{\boxed{90}}=\boxed{\dfrac{97}{90}}$

(3) $1.2\dot{3}\dot{8}=\dfrac{1238-\boxed{12}}{\boxed{990}}=\dfrac{1226}{990}=\boxed{\dfrac{613}{495}}$

04 답 (1) $\dfrac{14}{9}$ (2) $\dfrac{1436}{999}$ (3) $\dfrac{7}{12}$ (4) $\dfrac{163}{45}$

(1) $1.\dot{5}=\dfrac{15-1}{9}=\dfrac{14}{9}$

(2) $1.\dot{4}3\dot{7}=\dfrac{1437-1}{999}=\dfrac{1436}{999}$

(3) $0.58\dot{3}=\dfrac{583-58}{900}=\dfrac{525}{900}=\dfrac{7}{12}$

(4) $3.6\dot{2}=\dfrac{362-36}{90}=\dfrac{326}{90}=\dfrac{163}{45}$

05 답 (1) ○ (2) × (3) ×

(1) 유한소수는 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

(2) $\dfrac{1}{3}=0.333\cdots$에서 $\dfrac{1}{3}$은 유리수이지만 유한소수로 나타낼 수 없다.

(3) 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수가 아니다.

소단원 **핵심문제** 17~18쪽

01 $a=2$, $b=100$, $c=0.22$ **02** ①, ④ **03** ②
04 ② **05** ㄴ, ㄷ **06** ④ **07** ③, ⑤ **08** 99
08-1 84

01 $\dfrac{11}{50}=\dfrac{11}{2\times5^2}=\dfrac{11\times2}{2\times5^2\times2}$

$=\dfrac{22}{100}=0.22$

$\therefore a=2$, $b=100$, $c=0.22$

02 ① $\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$

② $\dfrac{10}{48}=\dfrac{5}{24}=\dfrac{5}{2^3\times3}$

③ $\dfrac{5}{72}=\dfrac{5}{2^3\times3^2}$

④ $\dfrac{27}{2^2\times3^2}=\dfrac{3}{2^2}$

⑤ $\dfrac{35}{2^2\times5\times7^2}=\dfrac{1}{2^2\times7}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ①, ④이다.

03 $\dfrac{3}{2\times5^2\times x}$이 순환소수가 되려면 기약분수의 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

이때 x는 한 자리 자연수이므로 7, 9의 2개이다.

04 $x=0.21555\cdots$라 하면

$$\begin{array}{r} \boxed{1000}\,x=215.555\cdots \\ -\underline{)\ \ \boxed{100}\,x=\ \ 21.555\cdots} \\ \boxed{900}\,x=\boxed{194} \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{194}{900}=\boxed{\dfrac{97}{450}}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

05 ㄱ. $10x=34.444\cdots$, $x=3.444\cdots$이므로

$10x-x=31$

ㄴ. $100x=152.222\cdots$, $10x=15.222\cdots$이므로

$100x-10x=137$

ㄷ. $1000x=407.407407407\cdots$, $x=0.407407407\cdots$이므로

$1000x-x=407$

ㄹ. $1000x=2019.999\cdots$, $100x=201.999\cdots$이므로

$1000x-100x=1818$

이상에서 가장 편리한 식으로 바르게 연결한 것은 ㄴ, ㄷ이다.

06 ① $7.\dot{3}=\dfrac{73-7}{9}=\dfrac{66}{9}=\dfrac{22}{3}$

② $0.1\dot{8}=\dfrac{18-1}{90}=\dfrac{17}{90}$

③ $2.9\dot{1}=\dfrac{291-29}{90}=\dfrac{262}{90}=\dfrac{131}{45}$

④ $1.0\dot{3}\dot{4}=\dfrac{1034-10}{990}=\dfrac{1024}{990}=\dfrac{512}{495}$

⑤ $3.\dot{5}4\dot{5}=\dfrac{3545-3}{999}=\dfrac{3542}{999}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

07 ① 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
② 소수는 유한소수와 무한소수로 나눌 수 있다.
④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

08 $\frac{3}{22}=\frac{3}{2\times11}$, $\frac{7}{45}=\frac{7}{3^2\times5}$이므로 두 분수에 각각 A를 곱하여 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 11과 9의 공배수, 즉 $11\times9=99$의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 99이다.

08-1 $\frac{1}{30}=\frac{1}{2\times3\times5}$, $\frac{2}{70}=\frac{1}{35}=\frac{1}{5\times7}$이므로 두 분수에 각각 A를 곱하여 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 3과 7의 공배수, 즉 $3\times7=21$의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 $21\times4=84$이다.

중단원 마무리 문제 19~21쪽

01 ④	**02** ④	**03** ㄱ, ㄹ	**04** -1	**05** 113
06 ②	**07** ②	**08** 23	**09** 21	**10** 7
11 ④	**12** ⑤	**13** ④	**14** $\frac{4}{11}$	**15** ③
16 ⑤	**17** ②	**18** 18	**19** ①, ④	

01 ④ $\pi=3.141592\cdots$는 분수 $\frac{a}{b}$(a, b는 정수, $b\neq0$)의 꼴로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다.

02 주어진 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 구하면 다음과 같다.
① $\frac{1}{6}=1\div6=0.1666\cdots$ ⇨ 6
② $\frac{5}{12}=5\div12=0.41666\cdots$ ⇨ 6
③ $\frac{4}{15}=4\div15=0.2666\cdots$ ⇨ 6
④ $\frac{13}{30}=13\div30=0.4333\cdots$ ⇨ 3
⑤ $\frac{19}{60}=19\div60=0.31666\cdots$ ⇨ 6
따라서 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

03 ㄴ. $0.4132132132\cdots=0.4\dot{1}3\dot{2}$ ㄷ. $2.512512512\cdots=2.\dot{5}1\dot{2}$
이상에서 순환소수의 표현이 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

04 $\frac{14}{55}=14\div55=0.2545454\cdots=0.2\dot{5}\dot{4}$ … ㉮
이므로 소수점 아래 3번째 자리의 숫자는 4이다.
$\therefore a=4$ … ㉯
또, $0.2\dot{5}\dot{4}$는 소수점 아래 둘째 자리에서 순환마디가 시작되고 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 2개이므로 소수점 아래 34번째 자리의 숫자는 순환마디가 시작된 후 $34-1=33$(번째) 자리의 숫자와 같다. 이때 $33=2\times16+1$이므로 소수점 아래 34번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 5이다.
$\therefore b=5$ … ㉰
$\therefore a-b=4-5=-1$ … ㉱

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 분수를 소수로 나타내기	30 %
㉯	a의 값 구하기	30 %
㉰	b의 값 구하기	30 %
㉱	$a-b$의 값 구하기	10 %

05 전략 주어진 분수를 소수로 나타내어 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_{25}의 값을 구한다.
$\frac{7}{13}=7\div13=0.538461538461538461\cdots=0.\dot{5}3846\dot{1}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 5, 3, 8, 4, 6, 1의 6개이다.
이때 $25=6\times4+1$이므로 소수점 아래 25번째 자리까지 순환마디가 4번 반복되고 소수점 아래 25번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 5이다.
$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{25}=4\times(5+3+8+4+6+1)+5$
$=4\times27+5=113$

06 $\frac{7}{40}=\frac{7}{2^3\times5}=\frac{7\times\boxed{5^2}}{2^3\times5\times5^{\boxed{2}}}=\frac{\boxed{175}}{10^{\boxed{3}}}=\boxed{0.175}$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

07 ① $\frac{6}{28}=\frac{3}{14}=\frac{3}{2\times7}$ ② $\frac{42}{5^2\times3\times7}=\frac{2}{5^2}$
③ $\frac{132}{3\times7\times11}=\frac{4}{7}$ ④ $\frac{12}{2^3\times3^2\times5}=\frac{1}{2\times3\times5}$
⑤ $\frac{4}{360}=\frac{1}{90}=\frac{1}{2\times3^2\times5}$
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

08 $\frac{x}{90}=\frac{x}{2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 x는 9의 배수이어야 한다. 이때 x는 $10<x<20$인 자연수이므로 $x=18$ … ㉮
따라서 $\frac{18}{90}=\frac{1}{5}$이므로 $y=5$ … ㉯
$\therefore x+y=18+5=23$ … ㉰

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	x의 값 구하기	50 %
㉯	y의 값 구하기	40 %
㉰	$x+y$의 값 구하기	10 %

09 $\frac{3}{70}=\frac{3}{2\times5\times7}$, $\frac{17}{102}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$이므로 두 분수에 각각 A를 곱하여 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 7과 3의 공배수, 즉 $7\times3=21$의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 21이다.

> **이것만은 꼭!**
> 분모의 소인수 중 2 또는 5 이외의 소인수의 배수를 곱하여 분모의 소인수에 2 또는 5만 남도록 한다.

10 $\frac{12}{5\times a}=\frac{2^2\times3}{5\times a}$이 순환소수가 되려면 기약분수의 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7이다.

11 $x=1.5\dot{2}\dot{1}$에서 $x=1.5212121\cdots$이므로
$1000x=1521.212121\cdots$, $10x=15.212121\cdots$
$\therefore 1000x-10x=1506$
따라서 가장 편리한 식은 ④이다.

12 ① $0.5\dot{6}=\frac{56-5}{90}=\frac{51}{90}=\frac{17}{30}$

② $0.\dot{2}\dot{3}=\frac{23}{99}$

③ $1.\dot{4}\dot{5}=\frac{145-1}{99}=\frac{144}{99}=\frac{16}{11}$

④ $0.\dot{3}7\dot{6}=\frac{376-3}{990}=\frac{373}{990}$

⑤ $1.\dot{2}3\dot{4}=\frac{1234-1}{999}=\frac{1233}{999}=\frac{137}{111}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

13 ① 무한소수이다.
② $2.14333\cdots=2.14\dot{3}$
③ 순환마디는 3이다.
④ $2.14\dot{3}=\frac{2143-214}{900}=\frac{1929}{900}=\frac{643}{300}$
⑤ 분수로 나타낼 때 가장 편리한 식은 $1000x-100x$이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

14 $\frac{7}{11}=7\div11=0.636363\cdots=0.\dot{6}\dot{3}$
$\therefore a=6,\ b=3$
$0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{3}\dot{6}$이므로 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$를 기약분수로 나타내면
$0.\dot{3}\dot{6}=\frac{36}{99}=\frac{4}{11}$

15 $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$이므로 $a=\frac{9}{4}$

$0.3\dot{8}=\frac{38-3}{90}=\frac{35}{90}=\frac{7}{18}$이므로 $b=\frac{18}{7}$

$\therefore ab=\frac{9}{4}\times\frac{18}{7}=\frac{81}{14}$

16 $0.\dot{1}2\dot{4}=\frac{124}{999}=\frac{1}{999}\times124$

$\therefore A=\frac{1}{999}=0.\dot{0}0\dot{1}$

17 **전략** 먼저 주어진 식의 괄호 안을 순환소수로 나타내어 본다.

$\frac{5}{2}\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots\right)$
$=\frac{5}{2}(0.1+0.01+0.001+\cdots)$
$=\frac{5}{2}\times0.111\cdots=\frac{5}{2}\times0.\dot{1}$
$=\frac{5}{2}\times\frac{1}{9}=\frac{5}{18}=5\div18=0.2777\cdots=0.2\dot{7}$

18 자연수 a에 0.5를 곱한 결과가 a에 $0.\dot{5}$를 곱한 결과보다 1만큼 작으므로
$a\times0.5=a\times0.\dot{5}-1$ … ㉮
$\frac{1}{2}a=\frac{5}{9}a-1$
$9a=10a-18$ $\therefore a=18$ … ㉯

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 조건을 a에 대한 식으로 나타내기	50 %
㉯	a의 값 구하기	50 %

19 ② 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
③ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
⑤ 모든 유한소수는 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

창의·융합 문제 21쪽

수직선 위에 두 수 0과 1을 각각 나타내는 두 점 사이를 15등분하였으므로 14개의 점에 대응하는 유리수는 각각
$\frac{1}{15}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\cdots$, $\frac{14}{15}$이다. … ❶
$15=3\times5$이므로 $\frac{a}{15}$가 유한소수가 되려면 a는 $1\le a\le14$인 3의 배수이어야 한다. … ❷
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 수는
$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$, $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$, $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$, $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$이다. … ❸

답 $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$

교과서 속 서술형 문제 22~23쪽

1 ❶ **주어진 분수가 유한소수가 되도록 하는 조건은?**

주어진 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 $\boxed{2}$ 또는 $\boxed{5}$뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

❷ **주어진 분수를 기약분수로 나타내면?**

$\frac{15}{2^3\times 3^2}=\frac{\boxed{5}}{2^{\boxed{3}}\times 3}$ … ㉮

❸ **(❷에서 구한 기약분수)$\times a$가 유한소수가 되도록 하는 a의 값의 조건은?**

$\boxed{\frac{5}{2^3\times 3}}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 $\boxed{3}$의 배수이어야 한다. … ㉯

❹ **a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는?**

a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는 $\boxed{12}$이다. … ㉰

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 분수를 기약분수로 나타내기	30 %
㉯	유한소수가 되도록 하는 a의 값의 조건 구하기	40 %
㉰	a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수 구하기	30 %

2 ❶ **주어진 분수가 유한소수가 되도록 하는 조건은?**

주어진 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

❷ **주어진 분수를 기약분수로 나타내면?**

$\frac{4}{112}=\frac{1}{28}$ … ㉮

❸ **(❷에서 구한 기약분수)$\times a$가 유한소수가 되도록 하는 a의 값의 조건은?**

$\frac{1}{28}\times a=\frac{1}{2^2\times 7}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 7의 배수이어야 한다. … ㉯

❹ **a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는?**

a의 값은 7, 14, 21, 28, $\cdots$, 98, 105, $\cdots$이므로 a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 98이다. … ㉰

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 분수를 기약분수로 나타내기	30 %
㉯	유한소수가 되도록 하는 a의 값의 조건 구하기	40 %
㉰	a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수 구하기	30 %

3 $\frac{91}{140}=\frac{13}{20}=\frac{13}{2^2\times 5}=\frac{13\times 5}{2^2\times 5\times 5}=\frac{65}{10^2}$ … ㉮

따라서 $a+n$의 값 중 가장 작은 값은 $a=65$, $n=2$일 때이므로 $65+2=67$ … ㉯

답 67

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	분모가 10의 거듭제곱의 꼴인 분수로 나타내기	60 %
㉯	$a+n$의 값 중 가장 작은 값 구하기	40 %

4 $2.2\dot{7}=\frac{227-22}{90}=\frac{205}{90}$이므로

$a=205$ … ㉮

$\frac{205}{90}=\frac{41}{18}$이므로 $b=18$ … ㉯

$\therefore a+b=205+18=223$ … ㉰

답 223

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	a의 값 구하기	40 %
㉯	b의 값 구하기	40 %
㉰	$a+b$의 값 구하기	20 %

5 $\frac{1}{6}<0.\dot{x}<\frac{4}{5}$에서 $\frac{1}{6}<\frac{x}{9}<\frac{4}{5}$이므로

$\frac{15}{90}<\frac{10x}{90}<\frac{72}{90}$, $15<10x<72$

즉, 조건을 만족하는 한 자리 자연수 x는

2, 3, 4, 5, 6, 7이므로 … ㉮

$a=7$, $b=2$ … ㉯

$\therefore a-b=7-2=5$ … ㉰

답 5

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 조건을 만족하는 x의 값 구하기	40 %
㉯	a, b의 값 각각 구하기	40 %
㉰	$a-b$의 값 구하기	20 %

6 민주는 분모를 바르게 보았으므로

$1.\dot{3}\dot{8}=\frac{138-1}{99}=\frac{137}{99}$에서 처음의 기약분수의 분모는 99이다. … ㉮

진혁이는 분자를 바르게 보았으므로

$3.2\dot{7}=\frac{327-32}{90}=\frac{295}{90}=\frac{59}{18}$에서 처음의 기약분수의 분자는 59이다. … ㉯

따라서 처음의 기약분수는 $\frac{59}{99}$이고, 이를 순환소수로 나타내면 $\frac{59}{99}=59\div 99=0.595959\cdots=0.\dot{5}\dot{9}$ … ㉰

답 $0.\dot{5}\dot{9}$

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	처음의 기약분수의 분모 구하기	40 %
㉯	처음의 기약분수의 분자 구하기	40 %
㉰	처음의 기약분수를 순환소수로 나타내기	20 %