01

소인수분해

❶ 소인수분해

	학습일
개념 01 거듭제곱	월 일
개념 02 소수와 합성수	월 일
개념 03 소인수분해	월 일
개념 04 소인수분해를 이용하여 약수 구하기	월 일
소단원 핵심 문제	월 일

❷ 최대공약수와 그 활용

개념 05 공약수와 최대공약수	월 일
개념 06 최대공약수 구하기	월 일
개념 07 최대공약수의 활용	월 일
소단원 핵심 문제	월 일

❸ 최소공배수와 그 활용

개념 08 공배수와 최소공배수	월 일
개념 09 최소공배수 구하기	월 일
개념 10 최소공배수의 활용	월 일
개념 11 최대공약수와 최소공배수의 관계	월 일
소단원 핵심 문제	월 일

중단원 마무리 문제	월 일
교과서 속 서술형 문제	월 일

배운내용 Check

1 다음 수의 약수를 구하시오.

(1) 10　　(2) 16

2 다음 두 수의 최대공약수와 최소공배수를 차례대로 구하시오.

(1) 8, 12　　(2) 18, 24

정답 **1** (1) 1, 2, 5, 10　(2) 1, 2, 4, 8, 16
2 (1) 4, 24　(2) 6, 72

거듭제곱

개념 알아보기

1 거듭제곱

(1) **거듭제곱:** 같은 수를 거듭하여 곱한 것

［읽는 방법］ $2\times2=2^2$ ➡ 2의 제곱

$2\times2\times2=2^3$ ➡ 2의 세제곱

$2\times2\times2\times2=2^4$ ➡ 2의 네제곱

(2) **밑:** 거듭제곱에서 곱하는 수

(3) **지수:** 거듭제곱에서 곱하는 횟수

참고 $2^1=2$로 정한다.

$2\times2\times2=2^{3}$

지수: 3

밑: 2

개념 자세히 보기

거듭제곱으로 나타내기

(1) $\underbrace{2\times2}_{2\text{개}}=2^{2}$, $\underbrace{2\times2\times2}_{3\text{개}}=2^{3}$, $\underbrace{2\times2\times2\times2}_{4\text{개}}=2^{4}$

곱한 횟수 '지수'

곱하는 수 '밑'

(2) $\underbrace{3\times3}_{2\text{개}}\times\underbrace{5\times5\times5}_{3\text{개}}=3^{2}\times5^{3}$

익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 2쪽

개념 확인하기

1 다음 수의 밑과 지수를 각각 말하시오.

(1) 2^2

(2) 3^3

(3) 5^4

(4) 7^8

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

(6) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

2 다음은 주어진 수를 거듭제곱으로 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $3\times3\times3=3^{\square}$

(2) $2\times2\times2\times2\times2=\square^{5}$

(3) $2\times2\times7\times7\times7=2^{\square}\times7^{\square}$

(4) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\left(\frac{1}{5}\right)^{\square}$

대표 문제

바른답·알찬풀이 2쪽

곱을 거듭제곱으로 나타내기

01 다음을 거듭제곱으로 나타내시오.

(1) $5\times5\times5$

(2) $7\times7\times7\times7$

(3) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

02 다음을 거듭제곱으로 나타내시오.

(1) $2\times2\times2\times7\times7$

(2) $3\times3\times5\times5\times11\times11$

(3) $\frac{1}{7\times7\times13\times13\times13}$

03 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $2^4=8$

② $4+4+4+4=4^4$

③ $\frac{1}{11}\times\frac{1}{11}\times\frac{1}{11}=\frac{3}{11^3}$

④ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\left(\frac{2}{3}\right)^4$

⑤ $3\times3\times3\times3\times7\times7=3^4\times7^2$

수를 거듭제곱으로 나타내기

04 다음 **보기**와 같이 주어진 수를 [ ] 안의 수의 거듭제곱으로 나타내시오.

보기

16 [2] ⇨ $16=2\times2\times2\times2=2^4$

(1) 64 [2]

(2) 81 [3]

(3) 125 [5]

(4) 1000 [10]

05 $\frac{1}{243}$을 $\frac{1}{3}$의 거듭제곱으로 나타내시오.

06 $2^x=128$을 만족하는 자연수 x의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

TIP $2^x=2^a$이면 $x=a$

익힘교재 4쪽

소수와 합성수

개념 알아보기 1 소수와 합성수

(1) **소수:** 1보다 큰 자연수 중 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수

① 모든 소수는 약수가 2개이다.

② 2는 소수 중 가장 작은 수이고, 유일하게 짝수인 소수이다.

예 2, 3, 5, 7, 11, ⋯

2	3	5
1×2	1×3	1×5

(2) **합성수:** 1보다 큰 자연수 중 소수가 아닌 수

예 4, 6, 8, 9, 10, ⋯

주의 ① 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

② 다음의 합성수는 소수로 착각하기 쉬우므로 주의한다.

➡ $57=3\times19$, $91=7\times13$, $111=3\times37$, $119=7\times17$, $133=7\times19$

개념 자세히 보기 약수의 개수에 따른 자연수의 분류

자연수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	⋯
약수	1	1, 2	1, 3	1, 2, 4	1, 5	1, 2, 3, 6	1, 7	1, 2, 4, 8	1, 3, 9	⋯

➡ 자연수
- 1: 약수가 1개
- 소수: 약수가 2개 ⟶ 2, 3, 5, 7, ⋯
- 합성수: 약수가 3개 이상 ⟶ 4, 6, 8, 9, ⋯

익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 2쪽

개념 확인하기

1 다음 자연수의 약수를 모두 구하고, 소수 또는 합성수에 ◯표를 하시오.

(1) 12 ⇨ 약수: ______________ (소수, 합성수)

(2) 13 ⇨ 약수: ______________ (소수, 합성수)

(3) 19 ⇨ 약수: ______________ (소수, 합성수)

(4) 21 ⇨ 약수: ______________ (소수, 합성수)

대표 문제

바른답·알찬풀이 2쪽

소수와 합성수 찾기

01 다음과 같은 방법으로 1부터 50까지의 자연수 중 소수를 모두 구하시오.

❶ 1은 소수가 아니므로 지운다.
❷ 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운다.
❸ 3은 남기고 3의 배수를 모두 지운다.
❹ 5는 남기고 5의 배수를 모두 지운다.
❺ 이와 같은 방법으로 남은 수 중 처음 수는 남기고 그 수의 배수를 모두 지운다.
❻ 지워지지 않고 남은 수는 모두 소수이다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

소수: ____________________

02 다음 중 소수와 합성수를 각각 고르시오.

9, 13, 19, 24, 33, 41, 57

TIP
약수가 1과 자기 자신뿐인가?
예 → 소수
아니오 → 합성수

03 다음 중 소수의 개수를 구하시오.

1, 7, 11, 23, 39, 43

소수와 합성수의 성질

04 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) 소수는 약수가 □개이다.

(2) 가장 작은 합성수는 □이다.

(3) 10 이하의 홀수 중 소수는 □개이다.

05 다음 **보기** 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기
ㄱ. 가장 작은 소수는 1이다.
ㄴ. 한 자리 자연수 중 합성수는 4개이다.
ㄷ. 5의 배수 중 소수는 1개뿐이다.
ㄹ. 모든 소수는 홀수이다.

익힘교재 5쪽

개념 03 소인수분해

개념 알아보기 1 소인수분해

(1) **소인수:** 어떤 자연수의 약수 중 소수인 것

예 $6=1\times6=2\times3$이므로 6의 인수는 1, 2, 3, 6이고 이 중 소수인 2와 3이 6의 소인수이다.

참고 약수를 다른 말로 인수라고도 한다.

(2) **소인수분해:** 1보다 큰 자연수를 그 수의 소인수들만의 곱으로 나타내는 것

(3) **소인수분해하는 방법**

❶ 나누어떨어지는 소수로만 나눈다.

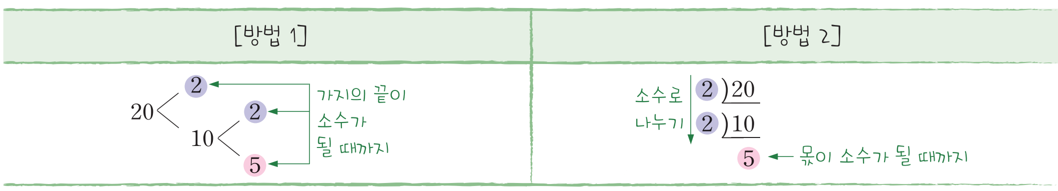
❷ 몫이 소수가 될 때까지 나눈다.

❸ 나눈 소수들과 마지막 몫을 곱셈 기호로 나타낸다. 이때 같은 소인수의 곱은 거듭제곱을 사용하여 나타낸다.

참고 ① 일반적으로 소인수분해한 결과는 크기가 작은 소인수부터 차례대로 쓴다.
② 소인수들의 곱의 순서를 생각하지 않는다면 1보다 큰 자연수를 소인수분해한 결과는 오직 한 가지뿐이다.

개념 자세히 보기

20을 소인수분해하는 방법



같은 소인수의 곱은 거듭제곱으로

➡ $20=2\times2\times5=2^2\times5$

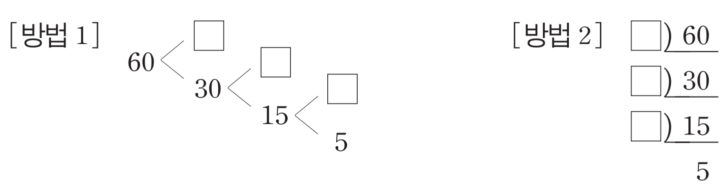
20의 소인수

» 익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 3쪽

개념 확인하기

1 다음은 60을 두 가지 방법으로 소인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



따라서 60을 소인수분해하면 $60=\square\times\square\times\square$이고, 이때 60의 소인수는 □, □, □이다.

바른답·알찬풀이 3쪽

소인수분해

01 다음 수를 소인수분해하고, 소인수를 모두 구하시오.

(1) 24　　(2) 44

(3) 96　　(4) 294

02 다음 **보기** 중 소인수분해한 결과가 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $36=2^2\times3^3$　　ㄴ. $42=6\times7$

ㄷ. $90=2\times3^2\times5$　　ㄹ. $104=2^3\times13$

03 144를 소인수분해하면 $2^a\times b^2$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

제곱인 수 만들기

04 28에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 28을 소인수분해하시오.

(2) (1)에서 지수가 홀수인 소인수의 지수를 짝수로 만들기 위해 곱해야 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

(3) 28에 (2)에서 구한 수를 곱하면 어떤 자연수의 제곱이 되는지 구하시오.

05 126에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

TIP 어떤 자연수의 제곱이 되는 수

⇨ 소인수분해했을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수

06 75에 자연수 x를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 다음 중 x의 값이 될 수 없는 것은?

① 3　② 9　③ 12　④ 27　⑤ 48

익힘교재 6쪽

소인수분해를 이용하여 약수 구하기

개념 알아보기

1 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

자연수 A가 $A=a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때

(1) **A의 약수:** a^m의 약수와 b^n의 약수를 곱해서 구한다.

➡ (a^m의 약수) × (b^n의 약수)

(2) **A의 약수의 개수:** $(m+1)\times(n+1)$개

소인수의 지수에 1을 더한다.

예 $18=2^1\times3^2$이므로 18의 약수의 개수는 $(1+1)\times(2+1)=6$(개)

참고 자연수 $A=a^l\times b^m\times c^n$ (a, b, c는 서로 다른 소수, l, m, n은 자연수)에 대하여
① A의 약수: (a^l의 약수) × (b^m의 약수) × (c^n의 약수)
② A의 약수의 개수: $(l+1)\times(m+1)\times(n+1)$개

개념 자세히 보기

소인수분해를 이용하여 63의 약수 구하기

❶ 소인수분해하기 ➡ ❷ 표 만들기 ➡ ❸ 약수, 약수의 개수 구하기

63을 소인수분해하면
$63=3^2\times7$

7^1의 약수: $(1+1)$개

×	1	7
1	1×1=1	1×7=7
3	3×1=3	3×7=21
3^2	$3^2\times1=9$	$3^2\times7=63$

3^2의 약수: $(2+1)$개

① 63의 약수
➡ 1, 3, 7, 9, 21, 63

② 63의 약수의 개수
➡ $(2+1)\times(1+1)=6$(개)

익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 3쪽

개념 확인하기

1 다음은 소인수분해를 이용하여 약수를 구하는 과정이다. 표를 완성하고, 이를 이용하여 주어진 수의 약수를 모두 구하시오.

(1) $20=2^2\times5$

×	1	2	2^2
1	1		
5		10	

20의 약수 : ____________

(2) $36=2^2\times3^2$

×	1	2	2^2
1	1		
3			12
3^2	9		

36의 약수 : ____________

대표 문제

바른답·알찬풀이 4쪽

약수 구하기

01 다음 수의 약수를 모두 구하시오.

(1) 3×7^2 (2) $2^2\times5^3$

(3) 128 (4) 200

02 다음 **보기** 중 $2^4\times3^2$의 약수를 모두 고르시오.

보기

ㄱ. 1 ㄴ. 2^2 ㄷ. 2×3^2

ㄹ. $2^2\times3^3$ ㅁ. $2^4\times3^2$ ㅂ. $2^5\times3^2$

TIP $a^m\times b^n$(a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수
⇨ (a^m의 약수)×(b^n의 약수)

03 다음 중 135의 약수인 것은?

① 3×5^2 ② $3^2\times5$

③ $3^2\times5^2$ ④ $3^3\times5^2$

⑤ $3\times5\times7$

약수의 개수 구하기

04 다음 수의 약수의 개수를 구하시오.

(1) $2^3\times3$ (2) $3^2\times5^4$

(3) 99 (4) 400

TIP 약수의 개수를 구할 때
⇨ 주어진 수가 소인수의 곱으로 이루어졌는지 확인한다.

05 다음 중 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① 2^{11} ② $2^3\times3^2$

③ $2^5\times3$ ④ $2^2\times3\times7$

⑤ $3\times5\times7\times11$

06 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 45 ② 66

③ 84 ④ 121

⑤ 243

익힘교재 7쪽

소단원 핵심 문제 개념 01~04

01 다음 중 옳은 것은?

① $3^4=12$
② $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$
③ $3\times3\times3\times3\times4\times4=3^4\times4^2$
④ $3\times3\times7\times3\times7=3^3+7^2$
⑤ $2\times2\times2\times2+5\times5\times5=2^4\times5^3$

02 $2^a=32$, $5^b=125$를 만족하는 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

03 다음 중 소수가 아닌 것은?

① 59 ② 73 ③ 97
④ 101 ⑤ 133

04 12×15를 소인수분해하면 $2^a\times3^b\times5^c$이다. 이때 $a+b+c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 자연수)

개념 REVIEW

거듭제곱
같은 수를 거듭하여 곱한 것
$2\times2\times2=2^3$ ← ❶□□
❷□

거듭제곱
$2^x=2^a$이면 $x=$❸□

소수
1보다 큰 자연수 중 ❹□과 자기 자신만을 약수로 가지는 수

소인수분해
1보다 큰 자연수를 그 수의 ❺□□□들만의 곱으로 나타내는 것

답 ❶ 지수 ❷ 밑 ❸ a ❹ 1 ❺ 소인수

05 다음 중 200과 소인수가 같은 것은?

① 12 ② 30 ③ 45
④ 100 ⑤ 150

06 240을 가장 작은 자연수 a로 나누어 어떤 자연수 b의 제곱이 되게 하려고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

07 다음 중 168의 약수가 아닌 것은?

① 2×3 ② $2^2\times3$ ③ $2^3\times7$
④ $2^3\times3\times7$ ⑤ $2\times3\times7^2$

UP
08 25×3^a의 약수의 개수가 18개일 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

08-1 $2^4\times\square$의 약수의 개수가 15개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는?

① 3 ② 5 ③ 6
④ 9 ⑤ 11

익힘교재 8쪽

개념 REVIEW

소인수
어떤 자연수의 약수 중 ❶□□인 것

제곱이 되는 수

약수
$a^m\times b^n$의 약수
⇨ (a^m의 ❷□□)
× (b^n의 ❸□□)의 꼴
(단, a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)

약수의 개수
25를 소인수분해한 후,
(25×3^a의 약수의 개수)$=18$
임을 이용한다.

답 ❶ 소수 ❷ 약수 ❸ 약수

공약수와 최대공약수

개념 알아보기

1 공약수와 최대공약수

(1) **공약수:** 두 개 이상의 자연수의 공통인 약수

(2) **최대공약수:** 공약수 중 가장 큰 수

(3) **최대공약수의 성질:** 두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.

2 서로소

최대공약수가 1인 두 자연수를 **서로소**라 한다. ← 두 자연수가 서로소이면 두 수의 공약수는 1뿐이다.

예 3과 5는 최대공약수가 1이므로 3과 5는 서로소이다.

참고 ① 1은 모든 자연수와 서로소이다.
② 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

개념 자세히 보기

공약수와 최대공약수 구하기

(1)
12의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 12
18의 약수: 1, 2, 3, 6, 9, 18
$\xrightarrow{\text{공약수}}$ 1, 2, 3, 6 $\xrightarrow{\text{최대공약수}}$ 6

12와 18의 공약수는 최대공약수 6의 약수와 같다.

(2)
4의 약수: 1, 2, 4
7의 약수: 1, 7
$\xrightarrow{\text{공약수}}$ 1 $\xrightarrow{\text{최대공약수}}$ 1 → 최대공약수가 1이므로 4와 7은 서로소이다.

» 익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 5쪽

개념 확인하기

1 두 수 27과 45에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 27의 약수: ____________________

(2) 45의 약수: ____________________

(3) 27과 45의 공약수: ____________________

(4) 27과 45의 최대공약수: ____________________

(5) 27과 45의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $\boxed{}$의 $\boxed{}$와 같다.

대표 문제

바른답·알찬풀이 5쪽

최대공약수의 성질

01 두 수 36과 48에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 공약수

(2) 최대공약수

(3) 최대공약수의 약수

02 두 자연수의 최대공약수가 다음과 같을 때, 두 자연수의 공약수를 모두 구하시오.

(1) 3　　(2) 6

TIP 공약수와 최대공약수의 관계
⇨ (두 수의 공약수)=(두 수의 최대공약수의 약수)

03 두 자연수 A, B의 최대공약수가 18일 때, 다음 중 A, B의 공약수가 아닌 것은?

① 2　② 3　③ 4
④ 9　⑤ 18

서로소

04 다음 두 수의 최대공약수를 구하고, 서로소인지 아닌지 말하시오.

(1) 3, 7　　(2) 8, 15

(3) 10, 24　　(4) 12, 35

05 다음 중 6과 서로소인 수를 모두 고르시오.

5,　7,　8,　13,　18,　35

06 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

① 8, 21　② 9, 25
③ 15, 16　④ 28, 63
⑤ 35, 72

익힘교재 9쪽

최대공약수 구하기

개념 알아보기 1 최대공약수 구하기

[방법 1] 소인수분해를 이용하는 방법

❶ 각 수를 소인수분해한다.

❷ 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 것을 택하여 곱한다.

$$10=2\times5$$
$$60=2^2\times3\times5$$
$$(\text{최대공약수})=2\times5=10$$

공통인 소인수는 지수가 같거나 작은 것을 택한다.

[방법 2] 나눗셈을 이용하는 방법

❶ 1이 아닌 공약수로 각 수를 나눈다.

❷ 몫에 1 이외의 공약수가 없을 때까지 계속 나눈다.

❸ 나누어 준 공약수를 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 60 \\ \hline 5 & 5 & 30 \\ \hline & 1 & 6 \end{array}$$

$$(\text{최대공약수})=2\times5=10$$

개념 자세히 보기

20과 30의 최대공약수 구하기

[방법 1]	[방법 2]
$20=2\times2\times5=2^2\times5$ $30=2\times3\times5=2\times3\times5$ $(\text{최대공약수})=2\times5=2\times5=10$ 공통인 소인수 모두 곱하기 / 지수가 작은 것 / 지수가 같으면 그대로	공약수로 나누기 $\begin{array}{r\|rr} 2 & 20 & 30 \\ \hline 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$ ← 서로소 $(\text{최대공약수})=2\times5=10$ 나누어 준 공약수 모두 곱하기

» 익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 6쪽

개념 확인하기

1 다음은 세 수 18, 24, 42의 최대공약수를 두 가지 방법으로 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

[방법 1] 소인수분해를 이용하는 방법

$$18=\square\times3^2$$
$$24=\square\times3$$
$$42=2\times\square\times7$$
$$(\text{최대공약수})=\square\times\square=\square$$

[방법 2] 나눗셈을 이용하는 방법

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 18 & 24 & 42 \\ \hline \square & 9 & \square & 21 \\ \hline & \square & 4 & \square \end{array}$$

$$(\text{최대공약수})=2\times\square=\square$$

대표 문제

바른답·알찬풀이 6쪽

소인수분해를 이용하여 최대공약수 구하기

01 다음 수들의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타내시오.

(1) 2×3^2, 3^3

(2) $2^3\times5^2$, $2^2\times5^3$

(3) $3^2\times5^2$, $3\times5\times7$

(4) $2^2\times3\times5$, $2\times3^2\times5$

02 다음 수들의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타내시오.

(1) $2\times3\times5$, $2^2\times3\times7$, $2\times3^2\times5^2$

(2) $2^2\times5^2$, $2^3\times3^2\times5^2$, $2\times5^3\times7$

03 다음 중 두 수 $2^2\times7^2$, $2^3\times5^2\times7$의 공약수가 아닌 것은?

① 2^2 ② 7 ③ 2×7
④ $2^2\times5$ ⑤ $2^2\times7$

TIP 공약수 ⇨ 최대공약수의 약수

나눗셈을 이용하여 최대공약수 구하기

04 나눗셈을 이용하여 다음 수들의 최대공약수를 구하시오.

(1) 24, 28

(2) 35, 42

(3) 36, 63

(4) 72, 108

05 다음 수들의 최대공약수를 구하시오.

(1) 16, 48, 56

(2) 45, 54, 81

06 다음 중 두 수 96과 120의 공약수가 아닌 것은?

① 3 ② 2^3 ③ $2^2\times3$
④ $2^2\times3^2$ ⑤ $2^3\times3$

익힘교재 10쪽

최대공약수의 활용

개념 알아보기 1 최대공약수의 활용

다음과 같은 문제는 대부분 최대공약수를 이용하여 해결한다.

(1) 일정한 양을 가능한 한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주는 문제

(2) 직사각형을 가능한 한 큰 정사각형으로 빈틈없이 채우는 문제

(3) 몇 개의 자연수를 모두 나누어떨어지게 하는 수 중에서 가장 큰 자연수를 구하는 문제

참고 '가능한 한 많은', '가능한 한 큰', '가장 큰', '최대한' 등의 표현이 있는 문제는 대부분 최대공약수를 이용한다.

개념 자세히 보기 최대공약수의 활용 문제 해결하기

초콜릿 12개와 사탕 15개를 가능한 한 많은(최대) 학생들에게 똑같이 나누어(공약수) 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구해 보자.

❶ 문제 이해하기	초콜릿 12개를 똑같이 나누어 줄 수 있는 학생 수 ➡ 1명, 2명, 3명, 4명, 6명, 12명 ➡ 12의 약수 사탕 15개를 똑같이 나누어 줄 수 있는 학생 수 ➡ 1명, 3명, 5명, 15명 ➡ 15의 약수
❷ 해결 전략 세우기	초콜릿과 사탕을 똑같이 나누어 줄 수 있는 학생 수 ➡ 12와 15의 공약수 초콜릿과 사탕을 똑같이 나누어 줄 수 있는 가능한 한 많은 학생 수 ➡ 12와 15의 최대공약수
❸ 답 구하기	12와 15의 최대공약수는 3이므로 구하는 학생 수는 3명이다. $\begin{array}{r\|rr} 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$

» 익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 6쪽

개념 확인하기

1 가로의 길이가 60 cm, 세로의 길이가 45 cm인 직사각형 모양의 벽에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 벽지를 겹치지 않게 빈틈없이 붙이려고 한다. 다음은 벽지의 한 변의 길이를 구하는 과정일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

❶ 가로 60 cm를 빈틈없이 붙일 수 있는 벽지의 한 변의 길이 ⇨ □의 약수
세로 45 cm를 빈틈없이 붙일 수 있는 벽지의 한 변의 길이 ⇨ □의 약수

❷ 가능한 한 큰 정사각형 모양의 벽지의 한 변의 길이는 60과 45의 □이다.

❸ 60과 45의 최대공약수는 □×□=□이므로
구하는 벽지의 한 변의 길이는 □ cm이다.

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 60 & 45 \\ \hline 5 & 20 & 15 \\ \hline & 4 & 3 \end{array}$$

대표 문제

바른답·알찬풀이 7쪽

똑같이 나누어 주기

01 단팥빵 36개와 마늘빵 48개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 다음은 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

❶ 단팥빵 36개를 똑같이 나누어 줄 수 있는 학생 수 ⇨ □의 약수
마늘빵 48개를 똑같이 나누어 줄 수 있는 학생 수 ⇨ □의 약수

❷ 단팥빵과 마늘빵을 똑같이 나누어 줄 수 있는 가능한 한 많은 학생 수는 36과 48의 □이다.

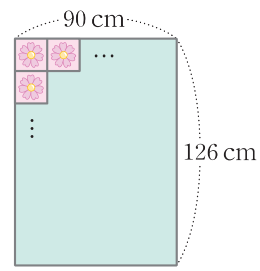
❸ 36과 48의 최대공약수는 □이므로 구하는 학생 수는 □명이다.

02 남학생 125명과 여학생 75명이 조를 만들어 봉사 활동을 하기로 했다. 각 조에 속하는 남학생 수와 여학생 수가 각각 같도록 할 때, 최대 몇 개의 조를 만들 수 있는지 구하시오.

03 연필 14자루, 공책 35권, 지우개 28개를 구입하여 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하시오.

직사각형, 직육면체 채우기

04 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 90 cm, 세로의 길이가 126 cm인 직사각형 모양의 벽에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 물음에 답하시오.



(1) 타일의 한 변의 길이를 구하시오.

(2) 다음은 필요한 타일의 개수를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

❶ 가로에 필요한 타일의 개수
⇨ 90÷□=□(개)

❷ 세로에 필요한 타일의 개수
⇨ 126÷□=□(개)

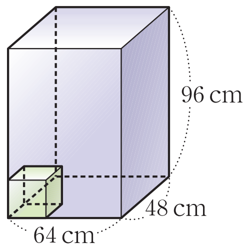
❸ 구하는 타일의 개수
⇨ □×□=□(개)

05 가로의 길이가 120 cm, 세로의 길이가 88 cm인 직사각형 모양의 종이에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 색종이를 겹치지 않게 빈틈없이 붙이려고 할 때, 필요한 색종이의 장수를 구하시오.

TIP (필요한 종이의 장수)
=(가로에 들어가는 종이의 장수)
×(세로에 들어가는 종이의 장수)

바른답·알찬풀이 7쪽

06 오른쪽 그림과 같이 가능한 한 큰 정육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아 가로, 세로의 길이가 각각 64 cm, 48 cm이고, 높이가 96 cm인 직육면체를 만들려고 한다. 다음을 구하시오.



(1) 벽돌의 한 모서리의 길이

(2) 필요한 벽돌의 개수

TIP (필요한 벽돌의 개수)
=(가로에 들어가는 벽돌의 개수)
×(세로에 들어가는 벽돌의 개수)
×(높이에 들어가는 벽돌의 개수)

07 가로, 세로의 길이가 각각 72 cm, 180 cm이고 높이가 216 cm인 직육면체 모양의 상자를 같은 크기의 정육면체 모양의 상자로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체 모양의 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 상자의 개수를 구하시오.

TIP 될 수 있는 한 적은 수의 정육면체 사용
⇨ 가능한 한 큰 정육면체 사용
⇨ 최대공약수 이용

어떤 자연수로 나눌 때, 나머지가 생기는 경우

08 어떤 자연수로 56을 나누면 2가 남고, 76을 나누면 4가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중 가장 큰 수를 구하려고 한다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) 어떤 자연수로 56을 나누면 2가 남는다.
⇨ 어떤 자연수로 (56−□)를 나누면 나누어떨어진다.
⇨ 어떤 자연수는 □의 약수이다.

(2) 어떤 자연수로 76을 나누면 4가 남는다.
⇨ 어떤 자연수로 (76−□)를 나누면 나누어떨어진다.
⇨ 어떤 자연수는 □의 약수이다.

(3) 이러한 자연수 중 가장 큰 수는 □와 □의 최대공약수인 □이다.

09 어떤 자연수로 63을 나누면 7이 남고, 84를 나누면 4가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중 가장 큰 수를 구하시오.

TIP 어떤 수 x로 A를 나누면 a가 남는다. (단, $x>a$)
⇨ x로 $(A-a)$를 나누면 나누어떨어진다.
⇨ x는 $(A-a)$의 약수이다.

익힘교재 11쪽

01 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 4, 14 ② 5, 11 ③ 10, 17
④ 15, 21 ⑤ 36, 51

02 두 수 $2^3\times3^a\times5^2$, $2^b\times3^3\times7$의 최대공약수가 $2^2\times3$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수)

03 두 수 24와 84의 공약수의 개수를 구하시오.

04 가로의 길이가 240 cm, 세로의 길이가 216 cm인 직사각형 모양의 종이를 남는 부분이 없이 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 잘랐을 때, 잘려진 정사각형 모양의 종이는 모두 몇 장인지 구하시오.

UP
05 두 분수 $\frac{24}{n}$, $\frac{36}{n}$을 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값 중 가장 큰 수를 구하시오.

05-1 다음 중 두 분수 $\frac{40}{n}$, $\frac{72}{n}$를 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

익힘교재 12쪽

개념 REVIEW

서로소
최대공약수가 ❶ □인 두 자연수

최대공약수 구하기
공통인 ❷ □□□의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 것을 택하여 곱한다.

최대공약수의 성질
(두 자연수의 공약수)
=(두 수의 최대공약수의 ❸ □□)

최대공약수의 활용

최대공약수의 활용
자연수 A, n에 대하여
$\frac{A}{n}$=(자연수)
⇨ n은 A의 약수

답 ❶ 1 ❷ 소인수 ❸ 약수

공배수와 최소공배수

개념 알아보기 1 공배수와 최소공배수

(1) **공배수:** 두 개 이상의 자연수의 공통인 배수

(2) **최소공배수:** 공배수 중 가장 작은 수

(3) **최소공배수의 성질**

① 두 개 이상의 자연수의 공배수는 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

② 서로소인 두 자연수의 최소공배수는 두 자연수의 곱과 같다.

개념 자세히 보기 공배수와 최소공배수 구하기

(1)
4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20, 24, …
6의 배수: 6, 12, 18, 24, …
$\xrightarrow{\text{공배수}}$ 12, 24, … $\xrightarrow{\text{최소공배수}}$ 12

4와 6의 공배수는
최소공배수 12의 배수와 같다.

(2)
2의 배수: 2, 4, 6, 8, 10, 12, …
3의 배수: 3, 6, 9, 12, 15, …
서로소
$\xrightarrow{\text{공배수}}$ 6, 12, … $\xrightarrow{\text{최소공배수}}$ 6

2와 3은 서로소이므로
최소공배수는 2와 3의 곱인 6이다.

익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 8쪽

개념 확인하기 1 두 수 10과 15에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 10의 배수: ______________________

(2) 15의 배수: ______________________

(3) 10과 15의 공배수: ______________________

(4) 10과 15의 최소공배수: ______________________

(5) 10과 15의 공배수는 두 수의 최소공배수인 ☐의 ☐와 같다.

바른답·알찬풀이 8쪽

최소공배수의 성질

01 두 수 8과 16에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 공배수

(2) 최소공배수

(3) 최소공배수의 배수

02 두 수 4와 9에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 공배수

(2) 최소공배수

(3) 최소공배수의 배수

03 다음 중 두 수의 곱이 두 수의 최소공배수와 같은 것은?

① 3, 9 ② 7, 19 ③ 12, 20
④ 15, 24 ⑤ 18, 30

04 두 자연수의 최소공배수가 다음과 같을 때, 두 자연수의 공배수를 작은 수부터 차례대로 3개 구하시오.

(1) 8 (2) 20

TIP 공배수와 최소공배수의 관계
⇨ (두 수의 공배수)=(두 수의 최소공배수의 배수)

05 두 자연수 A, B의 최소공배수가 9일 때, 다음 중 A, B의 공배수인 것을 모두 고르시오.

6, 9, 17, 36, 58, 64, 72, 88

06 두 자연수 A, B의 최소공배수가 24일 때, A, B의 공배수 중 100 이하의 자연수의 개수를 구하시오.

익힘교재 13쪽

개념 09 최소공배수 구하기

개념 알아보기 1 최소공배수 구하기

[방법 1] 소인수분해를 이용하는 방법

❶ 각 수를 소인수분해한다.

❷ 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱은 모두 택하여 곱한다.

$$10=2\times5$$
$$60=2^2\times3\times5$$
$$(\text{최소공배수})=2^2\times3\times5=60$$

공통인 소인수는 지수가 같거나 큰 것을 택한다.

[방법 2] 나눗셈을 이용하는 방법

❶ 두 개 이상의 수의 몫이 서로소가 될 때까지 나눈다. 이때 공약수가 없는 수는 그대로 아래로 내린다.

❷ 나누어 준 공약수와 마지막 몫을 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 60 \\ 5 & 5 & 30 \\ \hline & 1 & 6 \end{array}$$

$$(\text{최소공배수})=2\times5\times1\times6=60$$

개념 자세히 보기

20과 30의 최소공배수 구하기

[방법 1]	[방법 2]
$20=2\times2\times5=2^2\times5$ $30=2\times3\times5=2\times3\times5$ $(\text{최소공배수})=\underbrace{2\times2\times3\times5}=2^2\times3\times5=60$ 공통인 소인수와 공통이 아닌 소인수 모두 곱하기 / 지수가 큰 것 / 지수가 같으면 그대로	공약수로 나누기 $\begin{array}{r\|rr} 2 & 20 & 30 \\ 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$ 서로소 $(\text{최소공배수})=\boxed{2\times5\times2\times3}=60$ 나누어 준 공약수와 몫을 모두 곱하기

익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 9쪽

개념 확인하기

1 다음은 세 수 10, 18, 24의 최소공배수를 두 가지 방법으로 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

[방법 1] 소인수분해를 이용하는 방법

$$10=2\times5$$
$$18=2\times3^2$$
$$24=2^3\times3$$
$$(\text{최소공배수})=\square\times\square\times\square=\square$$

[방법 2] 나눗셈을 이용하는 방법

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 10 & 18 & 24 \\ \square & 5 & \square & 12 \\ \hline & \square & 3 & \square \end{array}$$

$$(\text{최소공배수})=2\times\square\times\square\times3\times\square=\square$$

대표문제

바른답·알찬풀이 9쪽

소인수분해를 이용하여 최소공배수 구하기

01 다음 수들의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타내시오.

(1) 2^2, $2^3\times3$

(2) 2×3^2, $3^2\times5$

(3) 2×5^2, $2^2\times5^2\times7$

(4) $2^2\times3^3\times5$, $2^3\times3\times5$

02 다음 수들의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타내시오.

(1) $2\times3^2\times7$, $2\times3\times5$, $3^2\times5\times7$

(2) $2^2\times3$, $2^3\times3^3$, $2^2\times3^2\times5$

03 다음 중 두 수 $2^2\times5$, 2×5^2의 공배수가 아닌 것은?

① 2×5 ② $2^2\times5^2$ ③ $2^3\times5^2$
④ $2^2\times3^2\times5^2$ ⑤ $2^2\times5^3\times7$

TIP 공배수 ⇨ 최소공배수의 배수

나눗셈을 이용하여 최소공배수 구하기

04 나눗셈을 이용하여 다음 수들의 최소공배수를 구하시오.

(1) 15, 21

(2) 28, 84

(3) 30, 45

(4) 42, 78

05 다음 수들의 최소공배수를 구하시오.

(1) 24, 60, 72

(2) 45, 90, 135

06 다음 중 두 수 36과 54의 공배수가 아닌 것은?

① $2^2\times3^3$ ② $2^3\times3^2$ ③ $2^2\times3^4$
④ $2^2\times3^3\times5$ ⑤ $2^3\times3^4\times7$

익힘교재 14쪽

최소공배수의 활용

개념 알아보기 1 최소공배수의 활용

다음과 같은 문제는 대부분 최소공배수를 이용하여 해결한다.

(1) 움직이는 간격이 다른 두 물체가 동시에 움직이기 시작하여 다시 처음으로 만나는 시점을 묻는 문제

(2) 일정한 크기의 직육면체를 쌓아 가장 작은 정육면체를 만드는 문제

(3) 몇 개의 자연수로 나누어도 모두 나누어떨어지는 가장 작은 자연수를 구하는 문제

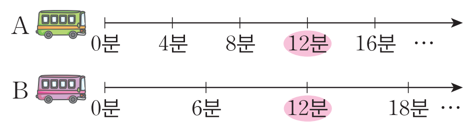
참고 '가능한 한 작은', '되도록 작게', '최소한', '다시 처음으로' 등의 표현이 있는 문제는 대부분 최소공배수를 이용한다.

개념 자세히 보기

최소공배수의 활용 문제 해결하기

어느 버스 터미널에서 두 버스 A, B가 각각 4분, 6분 간격으로 출발한다. 두 버스가 오전 6시에 동시에 출발한 후, 다시 처음으로 동시에 출발하는 시각을 구해 보자.

$\underbrace{\text{다시 처음으로}}_{\text{최소}}$ $\underbrace{\text{동시에 출발하는}}_{\text{공배수}}$

❶ 문제 이해하기	버스 A의 출발 시각은 6시 4분, 8분, 12분, 16분, ⋯ ➡ 4의 배수 버스 B의 출발 시각은 6시 6분, 12분, 18분, 24분, ⋯ ➡ 6의 배수 
❷ 해결 전략 세우기	두 버스가 동시에 출발하는 시간 간격 ➡ 4와 6의 공배수 다시 처음으로 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간 ➡ 4와 6의 최소공배수
❸ 답 구하기	4와 6의 최소공배수는 $2\times2\times3=12$이므로 두 버스가 다시 처음으로 동시에 출발하는 시각은 12분 후인 오전 6시 12분이다. 2) 4 6 2 3

익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 10쪽

개념 확인하기 1

가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 10 cm인 직사각형 모양의 색종이를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가능한 한 작은 정사각형을 만들려고 한다. 다음은 정사각형의 한 변의 길이를 구하는 과정일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

❶ 정사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 길이 ⇨ □와 □의 공배수

❷ 가능한 한 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12와 10의 □이다.

❸ 12와 10의 최소공배수는 □×□×□=□이므로
구하는 정사각형의 한 변의 길이는 □ cm이다.

2) 12 10
6 5

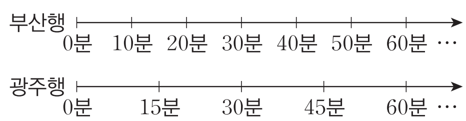
대표 문제

바른답·알찬풀이 10쪽

동시에 시작해서 다시 만나는 경우

01 어느 역에서 부산행 열차는 10분마다 출발하고, 광주행 열차는 15분마다 출발한다. 다음은 두 열차가 오전 8시에 동시에 출발했을 때, 다시 처음으로 동시에 출발하는 시각을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

❶ 부산행 열차의 출발 시각은
8시 10분, 20분, □분, ⋯ ⇨ □의 배수
광주행 열차의 출발 시각은
8시 15분, □분, 45분, ⋯ ⇨ □의 배수



❷ 두 열차가 오전 8시에 동시에 출발한 후, 다시 처음으로 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간은 10과 15의 □이다.

❸ 10과 15의 최소공배수는 □이므로 구하는 시각은 □분 후인 오전 □시 □분이다.

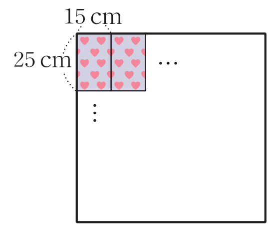
02 자전거로 공원을 한 바퀴 도는 데 형은 12분, 동생은 20분이 걸린다고 한다. 두 사람이 오전 10시에 공원의 한 지점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 돌 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 형과 동생이 다시 처음으로 출발한 지점에서 만나게 되는 시각을 구하시오.

(2) 형과 동생이 다시 처음으로 출발한 지점에서 만났을 때, 형은 공원을 몇 바퀴 돌았는지 구하시오.

정사각형, 정육면체 만들기

03 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 15 cm, 25 cm인 직사각형 모양의 종이를 같은 방향으로 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가능한 한 작은 정사각형을 만들려고 한다. 물음에 답하시오.



(1) 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.

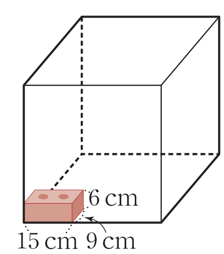
(2) 다음은 필요한 종이의 장수를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

❶ 가로에 필요한 종이의 장수
⇨ □÷15=□(장)

❷ 세로에 필요한 종이의 장수
⇨ □÷25=□(장)

❸ 구하는 종이의 장수
⇨ □×□=□(장)

04 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 15 cm, 9 cm, 6 cm인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들려고 한다. 다음을 구하시오.



(1) 정육면체의 한 모서리의 길이

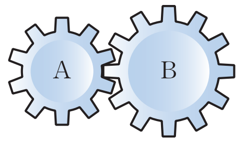
(2) 필요한 벽돌의 개수

대표 문제

바른답·알찬풀이 10쪽

톱니바퀴

05 톱니의 수가 각각 10개, 12개인 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌아가고 있다. 두 톱니가 한 번 맞물린 후, 같은 톱니에서 다시 처음으로 맞물릴 때까지 돌아간 톱니바퀴 A의 톱니의 수를 구하려고 할 때, 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



❶ 톱니바퀴 A가 한 바퀴 돌 때마다 돌아간 톱니의 수 ⇨ □의 배수
톱니바퀴 B가 한 바퀴 돌 때마다 돌아간 톱니의 수 ⇨ □의 배수
❷ 두 톱니바퀴가 한 번 맞물린 후, 같은 톱니에서 다시 처음으로 맞물리려면 그때까지 움직인 톱니의 수가 같아야 하므로 돌아간 톱니의 수는 10과 12의 □이다.
❸ 10과 12의 최소공배수는 □이므로 구하는 톱니의 수는 □개이다.

06 톱니의 수가 각각 20개, 32개인 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌아가고 있다. 두 톱니가 한 번 맞물린 후, 같은 톱니에서 다시 처음으로 맞물리는 것은 A, B가 각각 몇 바퀴 회전한 후인지 구하시오.

TIP (톱니바퀴 A의 회전수)
=(맞물리는 톱니의 수)÷(A의 톱니의 수)

자연수를 나누기

07 두 자연수 6과 14 중 어느 것으로 나누어도 2가 남는 자연수 중 가장 작은 수를 구하려고 한다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) 어떤 자연수를 6으로 나눈 나머지가 2인 수
⇨ (어떤 자연수)=(6의 배수)+□
⇨ (어떤 자연수)−□=(6의 배수)

(2) 어떤 자연수를 14로 나눈 나머지가 2인 수
⇨ (어떤 자연수)=(14의 배수)+□
⇨ (어떤 자연수)−□=(14의 배수)

(3) 6과 14 중 어느 것으로 나누어도 2가 남는 자연수 중 가장 작은 수
⇨ (어떤 자연수)=(□과 □의 최소공배수)+□
⇨ (어떤 자연수)−□=(□과 □의 최소공배수)

(4) □과 □의 최소공배수는 □이므로
(어떤 자연수)−□=□
따라서 구하는 자연수는 □이다.

08 세 자연수 4, 5, 8 중 어느 것으로 나누어도 1이 남는 자연수 중 가장 작은 수를 구하시오.

TIP 어떤 자연수 x를 자연수 A로 나누면 a가 남는다.
⇨ $x=(A$의 배수$)+a$
⇨ $x-a=(A$의 배수$)$

익힘교재 15쪽

개념 11 최대공약수와 최소공배수의 관계

개념 알아보기 1 최대공약수와 최소공배수의 관계

두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하고
$A=a\times G$, $B=b\times G$ (a, b는 서로소)라 하면

(1) $L=a\times b\times G$

(2) $A\times B=(a\times G)\times(b\times G)=G\times\underbrace{(a\times b\times G)}_{L}=G\times L$

➡ (두 자연수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)

$$\begin{array}{r|ll} G & A & B \\ \hline & a & b \end{array}$$

서로소

➡ $L=a\times b\times G$

참고 최대공약수와 최소공배수의 관계에 의하여 두 수의 곱, 최대공약수, 최소공배수 중 두 가지가 주어지면 나머지 하나를 구할 수 있다.

개념 자세히 보기 최대공약수와 최소공배수의 관계

두 자연수 6, 8의 최대공약수는 2, 최소공배수는 24이므로

① 두 자연수 6, 8을 최대공약수 2를 사용하여 나타내면
$6=3\times2$, $8=4\times2$ (3, 4는 서로소)

② 최소공배수 24를 최대공약수 2를 사용하여 나타내면
$24=3\times4\times2$

③ 두 자연수 6, 8의 곱을 최대공약수와 최소공배수를 사용하여 나타내면
$6\times8=(3\times2)\times(4\times2)=2\times24$
즉, 두 수의 곱은 두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

서로소

» 익힘교재 2~3쪽

바른답 · 알찬풀이 10쪽

개념 확인하기

1 두 수 15와 21에 대하여 물음에 답하시오.

(1) 최대공약수를 구하시오.

(2) 최소공배수를 구하시오.

(3) 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(두 수의 곱)$=15\times21=$□
(최대공약수)×(최소공배수)$=$□$\times$□$=$□

대표문제

바른답·알찬풀이 10쪽

최대공약수와 최소공배수의 관계

01 다음은 두 자연수 A, B의 최대공약수가 3, 최소공배수가 90일 때, $A\times B$의 값을 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> $A\times B=$(최대공약수)$\times$($\square$)이므로
> $A\times B=3\times\square=\square$

02 최대공약수와 최소공배수가 각각 12, 72인 두 자연수의 곱을 구하시오.

03 다음은 두 자연수 A, B의 곱이 960이고 최대공약수가 8일 때, 두 자연수 A, B의 최소공배수를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> $A\times B=$(최대공약수)$\times$(최소공배수)이므로
> $960=\square\times$(최소공배수)
> $\therefore$ (최소공배수)$=\square$

04 두 자연수의 곱이 504이고 최소공배수가 84일 때, 두 수의 최대공약수를 구하시오.

05 다음은 두 자연수 A와 30의 최대공약수가 6이고 최소공배수가 90일 때, 자연수 A를 두 가지 방법으로 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> [방법 1]
> (두 자연수의 곱)
> =(최대공약수)$\times$(최소공배수)이므로
> $A\times 30=6\times 90$
> $\therefore A=\square$
>
> [방법 2]
> $6\,\underline{)\ A\quad 30}$
> $\quad\ \ a\quad\ 5$
> ⇨ (최소공배수)$=6\times a\times 5=90$ $\quad\therefore a=\square$
> $\therefore A=6\times\square=\square$

06 두 자연수 42, A의 최대공약수가 7이고 최소공배수가 210일 때, 자연수 A를 구하시오.

익힘교재 16쪽

바른답·알찬풀이 11쪽

01 두 자연수 A, B의 최소공배수가 16일 때, A와 B의 공배수 중 50에 가장 가까운 수를 구하시오.

02 다음 수들의 최소공배수는?

$2^4\times3$, $2^2\times3^2\times7^2$, $2^5\times3^3\times7^2$

① $2^2\times3^3\times7$ ② $2^3\times3^3\times7^2$ ③ $2^4\times3^2\times7$
④ $2^5\times3^3\times7^2$ ⑤ $2^5\times3^3\times7^3$

03 두 자연수 $2^a\times5^b\times7$, $2^3\times7^c$의 최소공배수가 $2^4\times5^3\times7^2$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 자연수)

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

04 300 이하의 자연수 중 두 수 $2^2\times3$, $2\times3\times7$의 공배수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

개념 REVIEW

최소공배수의 성질
(두 자연수의 공배수)
=(두 수의 최소공배수의 ❶□□)

최소공배수 구하기
공배수 중 가장 ❷□□ 수

최소공배수 구하기

최소공배수 구하기

답 ❶ 배수 ❷ 작은

바른답·알찬풀이 11쪽

05 12분, 16분, 8분 간격으로 울리는 세 개의 종이 있다. 오전 10시에 세 개의 종이 동시에 울렸을 때, 다시 처음으로 동시에 울리는 시각을 구하시오.

06 세 자연수 9, 12, 15 중 어느 것으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 가장 작은 수를 구하시오.

07 두 자연수 a, 28의 최대공약수는 14이고, 최소공배수는 84이다. 이때 자연수 a를 구하시오.

UP

08 두 자연수 $2 \times k$, $3 \times k$의 최소공배수가 60일 때, 두 자연수의 합은?

① 38　② 42　③ 46
④ 50　⑤ 62

08-1 세 자연수 $4 \times x$, $5 \times x$, $6 \times x$의 최소공배수가 180일 때, 자연수 x의 값을 구하시오.

익힘교재 17쪽

개념 REVIEW

최소공배수의 활용

최소공배수의 활용

최대공약수와 최소공배수의 관계
(두 자연수의 곱)
=(최대공약수)
×❶(□□□□□)

최소공배수 구하기
두 수를 1이 아닌 공약수로 나누어 최소공배수를 구한다.

답 ❶ 최소공배수

01 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $2^3=6$
② $3\times3\times3\times3=4^3$
③ $\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}=\left(\frac{1}{7}\right)^3$
④ $2\times2\times3\times3\times3=2^2+3^3$
⑤ $5\times5\times11\times5\times11=5^3\times11^2$

02 $\left(\frac{1}{2}\right)^a=\frac{1}{64}$, $3^b=81$을 만족하는 자연수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오.

03 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 소수 중 짝수는 2뿐이다.
② 1을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
③ 약수가 3개인 자연수는 합성수이다.
④ 20 이하의 소수는 7개이다.
⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

04 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $27=3\times9$　② $45=3\times5^2$
③ $80=2\times5\times8$　④ $100=2^2\times5^2$
⑤ $450=2^2\times3^2\times5^2$

05 70의 소인수의 개수를 a개, 모든 소인수의 합을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

서술형
06 $84\times a=b^2$을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b에 대하여 $b-a$의 값을 구하시오.

07 다음 중 $2^4\times7^2$의 약수가 아닌 것은?

① 2^4　② $2^3\times7$　③ $2^2\times7^2$
④ $2^5\times7$　⑤ $2^4\times7^2$

08 다음 중 48과 약수의 개수가 같은 것의 개수를 구하시오.

80,　3×5^4,　$2^2\times3\times7$,　162,　$5^2\times7^2$

09 $49\times a$의 약수의 개수가 6개일 때, 다음 중 a의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 4 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

서술형
10 두 자연수 A, B의 최대공약수가 48일 때, A, B의 공약수의 개수를 구하시오.

11 10보다 크고 20보다 작은 자연수 중 18과 서로소인 수의 개수를 구하시오.

12 홍수 피해를 입은 어느 마을에 구호품으로 생수 100상자, 라면 75상자, 즉석밥 150상자를 전달하려고 한다. 가능한 한 많은 가구에 구호품을 똑같이 나누어 주려고 할 때, 구호품을 받을 수 있는 가구의 수를 구하시오.

UP
13 어떤 자연수로 50을 나누면 2가 남고, 56을 나누면 4가 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중 가장 큰 수를 구하시오.

14 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 차례대로 구하면?

$$2\times3^3\times5^2,\quad 2^2\times3\times5^2\times7,\quad 2^3\times3^4\times5$$

① $2\times3\times5$, $2^3\times3\times5^2$
② $2\times3\times5$, $2^3\times3^4\times5^2$
③ $2\times3\times5$, $2^3\times3^4\times5^2\times7$
④ $2\times3\times5\times7$, $2^3\times3^4\times5^2$
⑤ $2\times3\times5\times7$, $2^3\times3^4\times5^2\times7$

15 두 수 $2^a\times3^3\times5$, $2^3\times3^b$의 최대공약수가 $2^2\times3^3$, 최소공배수가 $2^3\times3^5\times c$일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은? (단, c는 2, 3이 아닌 소수)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

바른답·알찬풀이 12쪽

16 두 수 24와 32의 공배수 중 200에 가장 가까운 수는?

① 188　② 192　③ 196
④ 204　⑤ 208

17 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 6 cm인 직사각형 모양의 색종이를 같은 방향으로 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 다음 중 정사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 8 cm　② 10 cm　③ 12 cm
④ 18 cm　⑤ 24 cm

UP

18 세 분수 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 수 중 가장 작은 수를 구하시오.

신유형

19 두 자리 자연수 A, B의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120일 때, $A-B$의 값을 구하시오. (단, $A>B$)

창의·융합 문제

어느 식당에서 개업 10주년 기념으로 하루 동안 다음과 같은 이벤트를 실시한다고 할 때, 물음에 답하시오.

- 매 10번째 손님마다 음료를 무료로 제공한다.
- 매 12번째 손님마다 디저트를 무료로 제공한다.
- 매 18번째 손님마다 샐러드를 무료로 제공한다.

(1) 처음으로 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는 손님은 몇 번째 손님인지 구하시오.

(2) 하루 동안 방문한 손님이 총 600명이었을 때, 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는 손님은 몇 명인지 구하시오.

해결의 길잡이

1 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는 손님은 몇 번째 손님인지 구한다.

2 최소공배수를 이용하여 몇 번째 손님이 처음으로 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는지 구한다.

3 공배수는 최소공배수의 배수임을 이용하여 600명 중 몇 명의 손님이 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는지 구한다.

서술형 문제

1 56에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱해야 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

1 어떤 자연수의 제곱인 수가 되기 위한 조건은?

자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 $\square$이어야 한다.

2 56을 소인수분해하면?

$$56 \begin{cases} \square \\ 28 \begin{cases} \square \\ 14 \begin{cases} \square \\ 7 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

⇨ $56=2^{\square}\times 7$ … 40%

3 곱해야 하는 가장 작은 자연수는?

소인수의 지수가 모두 $\square$가 되어야 하므로 필요한 소인수는 $\square$, $\square$이다.

따라서 곱해야 하는 가장 작은 자연수는

$\square\times\square=\square$이다. … 60%

2 250에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱해야 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

1 어떤 자연수의 제곱인 수가 되기 위한 조건은?

2 250을 소인수분해하면?

3 곱해야 하는 가장 작은 자연수는?

바른답·알찬풀이 13쪽

3 168의 약수의 개수와 $3^3 \times 5^x$의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x의 값을 구하시오.

풀이 과정

답 ______

5 희원이는 탁구 동호회와 요리 동호회에 가입하였는데 탁구 동호회는 6일, 요리 동호회는 9일마다 정기 모임을 한다고 한다. 5월 1일에 두 동호회의 정기 모임이 있다고 할 때, 그 다음에 처음으로 두 동호회가 같은 날 정기 모임을 하게 되는 날은 몇 월 며칠인지 구하시오.

풀이 과정

답 ______

4 가로의 길이가 42 m, 세로의 길이가 30 m인 직사각형 모양의 연못 둘레에 일정한 간격으로 가능한 한 적은 수의 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 나무를 모두 심는다고 할 때, 필요한 나무는 몇 그루인지 구하시오. (단, 나무의 굵기는 무시한다.)

풀이 과정

답 ______

6 두 분수 $\frac{25}{12}$, $\frac{15}{8}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 가장 작은 분수를 $\frac{b}{a}$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) a의 값을 구하시오.
(2) b의 값을 구하시오.
(3) 가장 작은 분수 $\frac{b}{a}$를 구하시오.

풀이 과정

답 ______

시작은 작은 물방울에서

큰 눈이 많이 내리는 북유럽에서는 큰 눈이 녹으면 반드시 노면을 복구합니다. 눈이 녹으면 노면에 구멍이 많이 나기 때문입니다. 노면에 난 구멍은 도로를 붕괴시켜 운행하는 차량을 위협하거나 산 등성이 아래로 노면의 작은 파편들을 떨어뜨려 각종 위험한 사고를 일으킵니다.

큰 눈이 녹으면서 만들어진 물방울은 노면의 작은 틈으로 스며듭니다. 그리고 다시 기온이 떨어지면 노면에 스며든 물방울이 얼면서 노면의 부피를 팽창시켜 노면의 틈을 더욱 벌려 놓습니다. 이렇게 벌어진 틈만큼 노면은 외곽 쪽으로 이동하여 노면의 부스러기들을 산 아래로 떨어뜨리는 것입니다. 침투 - 침식 - 와해 - 붕괴가 모두 이 작은 물방울에서 시작되는 것입니다.

우리가 하는 일상의 잘못된 습관이나 실수도 노면을 침식하며 붕괴시키는 작은 물방울과 같지 않을까요? 작은 물방울에 지나지 않은 잘못된 습관이 자신을 붕괴시키지 않도록 스스로를 자주 점검해야겠습니다.

01 소인수분해

❶ 소인수분해

개념 01 거듭제곱

개념 확인하기 ······ 8쪽

1 답 (1) 밑: 2, 지수: 2 (2) 밑: 3, 지수: 3
(3) 밑: 5, 지수: 4 (4) 밑: 7, 지수: 8
(5) 밑: $\frac{1}{2}$, 지수: 6 (6) 밑: $\frac{2}{5}$, 지수: 3

2 답 (1) 3 (2) 2 (3) 2, 3 (4) 3

대표문제 9쪽

01 답 (1) 5^3 (2) 7^4 (3) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

02 답 (1) $2^3\times7^2$ (2) $3^2\times5^2\times11^2$ (3) $\frac{1}{7^2\times13^3}$

03 답 ④, ⑤
① $2^4=2\times2\times2\times2=16$
② $4+4+4+4=4\times4$
③ $\frac{1}{11}\times\frac{1}{11}\times\frac{1}{11}=\left(\frac{1}{11}\right)^3$
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

이것만은 꼭!
- $a^n=\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{a\text{를 }n\text{번 곱함}}$
- $a\times n=\underbrace{a+a+\cdots+a}_{a\text{를 }n\text{번 더함}}$

04 답 (1) 2^6 (2) 3^4 (3) 5^3 (4) 10^3
(1) $64=2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6$
(2) $81=3\times3\times3\times3=3^4$
(3) $125=5\times5\times5=5^3$
(4) $1000=10\times10\times10=10^3$

05 답 $\left(\frac{1}{3}\right)^5$
$\frac{1}{243}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$이므로
$\frac{1}{243}=\left(\frac{1}{3}\right)^5$

06 답 ③
$128=2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=2^7$이므로
$2^x=2^7$
$\therefore x=7$

개념 02 소수와 합성수

개념 확인하기 ······ 10쪽

1 답 (1) 1, 2, 3, 4, 6, 12, 합성수 (2) 1, 13, 소수
(3) 1, 19, 소수 (4) 1, 3, 7, 21, 합성수

대표문제 11쪽

01 답 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47
주어진 방법으로 표에서 수를 지우면 다음과 같다.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

02 답 소수: 13, 19, 41, 합성수: 9, 24, 33, 57
9의 약수는 1, 3, 9의 3개,
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24의 8개,
33의 약수는 1, 3, 11, 33의 4개,
57의 약수는 1, 3, 19, 57의 4개
이므로 9, 24, 33, 57은 합성수이다.

03 답 4개
소수는 7, 11, 23, 43의 4개이다.

04 답 (1) 2 (2) 4 (3) 3
(3) 10 이하의 홀수 1, 3, 5, 7, 9 중 소수는 3, 5, 7의 3개이다.

05 답 ㄴ, ㄷ
ㄱ. 가장 작은 소수는 2이다.
ㄴ. 한 자리 자연수 중 합성수는 4, 6, 8, 9의 4개이다.
ㄷ. 5의 배수 중 소수는 5뿐이다.
ㄹ. 2는 소수이지만 짝수이다.
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

개념 03 소인수분해

개념 확인하기 ······ 12쪽

1 답 풀이 참조

[방법 1] 60 < $\boxed{2}$, 30 < $\boxed{2}$, 15 < $\boxed{3}$, 5

[방법 2]

$$\begin{array}{r|l} \boxed{2} & 60 \\ \hline \boxed{2} & 30 \\ \hline \boxed{3} & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

따라서 60을 소인수분해하면 $60=\boxed{2^2}\times\boxed{3}\times\boxed{5}$이고, 이때 60의 소인수는 $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$이다.

대표문제 13쪽

01 답 (1) $2^3\times3$, 소인수: 2, 3

(2) $2^2\times11$, 소인수: 2, 11

(3) $2^5\times3$, 소인수: 2, 3

(4) $2\times3\times7^2$, 소인수: 2, 3, 7

02 답 ㄷ, ㄹ

ㄱ. $36=2^2\times3^2$

ㄴ. $42=2\times3\times7$

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

주의 소인수분해한 결과는 소인수들만의 곱으로 나타내어야 한다.

03 답 ⑤

144를 소인수분해하면

$144=2^4\times3^2$

이므로 $2^4\times3^2=2^a\times b^2$에서

$a=4$, $b=3$

$\therefore a+b=4+3=7$

이것만은 꼭!

소인수분해한 결과에서 밑과 지수를 구할 때

⇨ 주어진 수를 소인수분해한 결과와 밑과 지수를 각각 비교한다.

04 답 (1) $2^2\times7$ (2) 7 (3) 14

(1) 28을 소인수분해하면

$28=2^2\times7$

(2) 지수가 홀수인 소인수는 7이므로 곱해야 하는 가장 작은 자연수는 7이다.

(3) $(2^2\times7)\times7=2^2\times7^2=(2\times7)^2=14^2$

이므로 14의 제곱이 된다.

이것만은 꼭!

어떤 자연수의 제곱이 되는 수

⇨ 소인수분해했을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수

05 답 14

126을 소인수분해하면

$126=2\times3^2\times7$

이 수에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 필요한 소인수는 2, 7이다.

따라서 곱해야 하는 가장 작은 자연수는

$2\times7=14$

06 답 ②

75를 소인수분해하면

$75=3\times5^2$

3×5^2에 자연수 x를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되려면 x는

$3\times(\text{자연수})^2$

의 꼴이어야 한다.

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

개념 04 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

개념 확인하기 ······ 14쪽

1 답 풀이 참조

(1)

×	1	2	2^2
1	1	2	4
5	5	10	20

20의 약수: 1, 2, 4, 5, 10, 20

(2)

×	1	2	2^2
1	1	2	4
3	3	6	12
3^2	9	18	36

36의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

대표 문제 15쪽

01 답 (1) 1, 3, 7, 21, 49, 147
(2) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250, 500
(3) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128
(4) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200

(1) 표를 이용하여 약수를 구하면 3×7^2의 약수는
1, 3, 7, 21, 49, 147

$\times$	1	3
1	1	3
7	7	21
7^2	49	147

(2) 표를 이용하여 약수를 구하면 $2^2\times5^3$의 약수는
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250, 500

$\times$	1	2	2^2
1	1	2	4
5	5	10	20
5^2	25	50	100
5^3	125	250	500

(3)

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
1	1	2	4	8	16	32	64	128

표를 이용하여 약수를 구하면 $128=2^7$의 약수는
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128

(4) 표를 이용하여 약수를 구하면 $200=2^3\times5^2$의 약수는
1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
5	5	10	20	40
5^2	25	50	100	200

02 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ
$2^4\times3^2$의 약수는 (2^4의 약수)$\times$(3^2의 약수)의 꼴이다.
ㄹ. $2^2\times3^3$에서 3^3은 3^2의 약수가 아니다.
ㅂ. $2^5\times3^2$에서 2^5은 2^4의 약수가 아니다.
이상에서 $2^4\times3^2$의 약수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.
참고 표를 이용하여 $2^4\times3^2$의 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	2	2^2	2^3	2^4
3	3	2×3	$2^2\times3$	$2^3\times3$	$2^4\times3$
3^2	3^2	2×3^2	$2^2\times3^2$	$2^3\times3^2$	$2^4\times3^2$

03 답 ②
$135=3^3\times5$의 약수는 (3^3의 약수)$\times$(5의 약수)의 꼴이다.
따라서 135의 약수인 것은 ②이다.

04 답 (1) 8개 (2) 15개 (3) 6개 (4) 15개
(1) $2^3\times3$의 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)=8$(개)
(2) $3^2\times5^4$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(4+1)=15$(개)
(3) $99=3^2\times11$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$(개)
(4) $400=2^4\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$(개)

05 답 ⑤
① 2^{11}의 약수의 개수는
$11+1=12$(개)
② $2^3\times3^2$의 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$(개)
③ $2^5\times3$의 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$(개)
④ $2^2\times3\times7$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개)
⑤ $3\times5\times7\times11$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$(개)
따라서 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

06 답 ③
① $45=3^2\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$(개)
② $66=2\times3\times11$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$(개)
③ $84=2^2\times3\times7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개)
④ $121=11^2$이므로 약수의 개수는
$2+1=3$(개)
⑤ $243=3^5$이므로 약수의 개수는
$5+1=6$(개)
따라서 약수의 개수가 가장 많은 것은 ③이다.

소단원 핵심 문제 16~17쪽

01 ③	02 ④	03 ⑤	04 5	05 ④
06 19	07 ⑤	08 5	08-1 ④	

01 ① $3^4=81$
② $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$
④ $3\times3\times7\times3\times7=3^3\times7^2$
⑤ $2\times2\times2\times2+5\times5\times5=2^4+5^3$

02 $32=2^5$, $125=5^3$이므로
$a=5$, $b=3$
$\therefore a+b=5+3=8$

03 ⑤ 133의 약수는 1, 7, 19, 133의 4개이므로 합성수이다.

04 $12\times15=(2^2\times3)\times(3\times5)=2^2\times3^2\times5$이므로
$a=2,\ b=2,\ c=1$
$\therefore a+b+c=2+2+1=5$

05 $200=2^3\times5^2$이므로 소인수는 2, 5이다.
① $12=2^2\times3$ ⇨ 소인수: 2, 3
② $30=2\times3\times5$ ⇨ 소인수: 2, 3, 5
③ $45=3^2\times5$ ⇨ 소인수: 3, 5
④ $100=2^2\times5^2$ ⇨ 소인수: 2, 5
⑤ $150=2\times3\times5^2$ ⇨ 소인수: 2, 3, 5
따라서 200과 소인수가 같은 것은 ④이다.

06 $240=2^4\times3\times5$이므로
$a=3\times5=15$
이때 $b^2=\dfrac{240}{15}=16=4^2$이므로
$b=4$
$\therefore a+b=15+4=19$

이것만은 꼭!
어떤 자연수의 제곱인 수를 소인수분해하면
⇨ 소인수의 지수가 모두 짝수이다.

07 $168=2^3\times3\times7$이므로 168의 약수는
(2^3의 약수)×(3의 약수)×(7의 약수)의 꼴이다.
① 2×3
⇨ (2^3의 약수인 2)×(3의 약수인 3)×(7의 약수인 1)
② $2^2\times3$
⇨ (2^3의 약수인 2^2)×(3의 약수인 3)×(7의 약수인 1)
③ $2^3\times7$
⇨ (2^3의 약수인 2^3)×(3의 약수인 1)×(7의 약수인 7)
④ $2^3\times3\times7$
⇨ (2^3의 약수인 2^3)×(3의 약수인 3)×(7의 약수인 7)
⑤ $2\times3\times7^2$
⇨ 7^2은 7의 약수가 아니므로 168의 약수가 아니다.
따라서 168의 약수가 아닌 것은 ⑤이다.

08 25×3^a을 소인수분해하면 $5^2\times3^a$이고 약수의 개수가 18개이므로
$(2+1)\times(a+1)=18$에서
$3\times(a+1)=18,\ a+1=6$
$\therefore a=5$

08-1 ① $2^4\times3$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$(개)
② $2^4\times5$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$(개)
③ $2^4\times6=2^4\times2\times3=2^5\times3$의 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$(개)
④ $2^4\times9=2^4\times3^2$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$(개)
⑤ $2^4\times11$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$(개)
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 ④이다.

② 최대공약수와 그 활용

개념 05 공약수와 최대공약수

개념 확인하기 18쪽

1 답 (1) 1, 3, 9, 27 (2) 1, 3, 5, 9, 15, 45
(3) 1, 3, 9 (4) 9 (5) 9, 약수

대표문제 19쪽

01 답 (1) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (2) 12 (3) 1, 2, 3, 4, 6, 12
36의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
48의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

02 답 (1) 1, 3 (2) 1, 2, 3, 6
(1) 두 자연수의 공약수는 최대공약수 3의 약수이므로 1, 3
(2) 두 자연수의 공약수는 최대공약수 6의 약수이므로
1, 2, 3, 6

03 답 ③
두 수의 공약수는 최대공약수 18의 약수이므로
1, 2, 3, 6, 9, 18

04 답 (1) 1, 서로소이다. (2) 1, 서로소이다.
(3) 2, 서로소가 아니다. (4) 1, 서로소이다.

05 답 5, 7, 13, 35
6과 주어진 수의 최대공약수를 각각 구하면
6, 5 ⇨ 1 6, 7 ⇨ 1
6, 8 ⇨ 2 6, 13 ⇨ 1
6, 18 ⇨ 6 6, 35 ⇨ 1
따라서 6과 서로소인 수는 5, 7, 13, 35이다.

06 답 ④
두 수의 최대공약수를 각각 구하면
① 1 ② 1 ③ 1 ④ 7 ⑤ 1
따라서 서로소가 아닌 것은 ④이다.

개념 06 최대공약수 구하기

개념 확인하기 20쪽

1 답 풀이 참조

[방법 1] $18=\boxed{2}\times 3^2$

$24=\boxed{2^3}\times 3$

$42=2\times\boxed{3}\times 7$

(최대공약수)$=\boxed{2}\times\boxed{3}=\boxed{6}$

[방법 2]
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 18 & 24 & 42 \\ \boxed{3} & 9 & \boxed{12} & 21 \\ \hline & \boxed{3} & 4 & \boxed{7} \end{array}$$

(최대공약수)$=2\times\boxed{3}=\boxed{6}$

대표문제

21쪽

01 답 (1) 3^2 (2) $2^2\times5^2$ (3) 3×5 (4) $2\times3\times5$

(1) 2×3^2, 3^3
(최대공약수)$=3^2$

(2) $2^3\times5^2$, $2^2\times5^3$
(최대공약수)$=2^2\times5^2$

(3) $3^2\times5^2$, $3\times5\times7$
(최대공약수)$=3\times5$

(4) $2^2\times3\times5$, $2\times3^2\times5$
(최대공약수)$=2\times3\times5$

02 답 (1) 2×3 (2) 2×5^2

(1) $2\times3\times5$, $2^2\times3\times7$, $2\times3^2\times5^2$
(최대공약수)$=2\times3$

(2) $2^2\times5^2$, $2^3\times3^2\times5^2$, $2\times5^3\times7$
(최대공약수)$=2\times5^2$

03 답 ④

공약수는 최대공약수의 약수이므로 두 수 $2^2\times7^2$, $2^3\times5^2\times7$의 최대공약수를 구하면

$2^2\times7^2$, $2^3\times5^2\times7$
(최대공약수)$=2^2\times7$

④ $2^2\times5$는 $2^2\times7$의 약수가 아니므로 두 수의 공약수가 아니다.

04 답 (1) 4 (2) 7 (3) 9 (4) 36

(1)
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 28 \\ 2 & 12 & 14 \\ \hline & 6 & 7 \end{array}$$
∴ (최대공약수)$=2\times2=4$

(2)
$$\begin{array}{r|rr} 7 & 35 & 42 \\ \hline & 5 & 6 \end{array}$$
∴ (최대공약수)$=7$

(3)
$$\begin{array}{r|rr} 3 & 36 & 63 \\ 3 & 12 & 21 \\ \hline & 4 & 7 \end{array}$$
∴ (최대공약수)$=3\times3=9$

(4)
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 72 & 108 \\ 2 & 36 & 54 \\ 3 & 18 & 27 \\ 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$
∴ (최대공약수)$=2\times2\times3\times3=36$

05 답 (1) 8 (2) 9

(1)
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 16 & 48 & 56 \\ 2 & 8 & 24 & 28 \\ 2 & 4 & 12 & 14 \\ \hline & 2 & 6 & 7 \end{array}$$
∴ (최대공약수)$=2\times2\times2=8$

(2)
$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 45 & 54 & 81 \\ 3 & 15 & 18 & 27 \\ \hline & 5 & 6 & 9 \end{array}$$
∴ (최대공약수)$=3\times3=9$

06 답 ④

공약수는 최대공약수의 약수이므로 두 수 96과 120의 최대공약수를 구하면

(최대공약수)$=2\times2\times2\times3=2^3\times3$

④ $2^2\times3^2$은 $2^3\times3$의 약수가 아니므로 두 수의 공약수가 아니다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 96 & 120 \\ 2 & 48 & 60 \\ 2 & 24 & 30 \\ 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

개념 07 최대공약수의 활용

개념 확인하기 22쪽

1 답 60, 45, 최대공약수, 3, 5, 15, 15

대표문제 23~24쪽

01 답 36, 48, 최대공약수, 12, 12

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 36 & 48 \\ \hline 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

∴ (최대공약수)$=2\times2\times3=12$

02 답 25개

각 조에 속하는 남학생 수와 여학생 수를 각각 같게 하여 최대한 많은 조를 만들려면 조의 개수는 125와 75의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|rr} 5 & 125 & 75 \\ \hline 5 & 25 & 15 \\ \hline & 5 & 3 \end{array}$$

따라서 구하는 조의 개수는
$5\times5=25$(개)

03 답 7명

되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려면 학생 수는 14, 35, 28의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 7 & 14 & 35 & 28 \\ \hline & 2 & 5 & 4 \end{array}$$

따라서 구하는 학생 수는 7명이다.

04 답 (1) 18 cm (2) 18, 5, 18, 7, 5, 7, 35

(1) 가능한 한 큰 타일의 한 변의 길이는 90과 126의 최대공약수인
$2\times3\times3=18$(cm)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 90 & 126 \\ \hline 3 & 45 & 63 \\ \hline 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$$

05 답 165장

가능한 한 큰 색종이의 한 변의 길이는 120과 88의 최대공약수인
$2\times2\times2=8$(cm)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 120 & 88 \\ \hline 2 & 60 & 44 \\ \hline 2 & 30 & 22 \\ \hline & 15 & 11 \end{array}$$

따라서 필요한 색종이의 장수는
가로: $120\div8=15$(장),
세로: $88\div8=11$(장)
이므로 모두 $15\times11=165$(장)이다.

06 답 (1) 16 cm (2) 72개

(1) 가능한 한 큰 정육면체 모양의 벽돌의 한 모서리의 길이는 64, 48, 96의 최대공약수인
$2\times2\times2\times2=16$(cm)

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 64 & 48 & 96 \\ \hline 2 & 32 & 24 & 48 \\ \hline 2 & 16 & 12 & 24 \\ \hline 2 & 8 & 6 & 12 \\ \hline & 4 & 3 & 6 \end{array}$$

(2) 필요한 벽돌의 개수는
가로: $64\div16=4$(개),
세로: $48\div16=3$(개),
높이: $96\div16=6$(개)
이므로 모두 $4\times3\times6=72$(개)이다.

07 답 60개

정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이는 72, 180, 216의 공약수이어야 하고 될 수 있는 한 적게 사용하려면 될 수 있는 한 큰 정육면체이어야 하므로 정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이는 72, 180, 216의 최대공약수인
$2\times2\times3\times3=36$(cm)

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 72 & 180 & 216 \\ \hline 2 & 36 & 90 & 108 \\ \hline 3 & 18 & 45 & 54 \\ \hline 3 & 6 & 15 & 18 \\ \hline & 2 & 5 & 6 \end{array}$$

따라서 필요한 상자의 개수는
가로: $72\div36=2$(개),
세로: $180\div36=5$(개),
높이: $216\div36=6$(개)
이므로 모두 $2\times5\times6=60$(개)이다.

08 답 (1) 2, 54 (2) 4, 72 (3) 54, 72, 18

(3) 이러한 자연수 중 가장 큰 수는 54와 72의 최대공약수인
$2\times3\times3=18$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 72 \\ \hline 3 & 27 & 36 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

09 답 8

63을 나누면 7이 남는다.
⇨ 어떤 자연수는 $(63-7)$의 약수이다.
84를 나누면 4가 남는다.
⇨ 어떤 자연수는 $(84-4)$의 약수이다.
따라서 이러한 자연수 중 가장 큰 수는 56과 80의 최대공약수인
$2\times2\times2=8$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 56 & 80 \\ \hline 2 & 28 & 40 \\ \hline 2 & 14 & 20 \\ \hline & 7 & 10 \end{array}$$

소단원 핵심문제 25쪽

01 ②, ③ **02** 3 **03** 6개 **04** 90장 **05** 12
05-1 ④

01 두 수의 최대공약수를 각각 구하면 다음과 같다.
① 4와 14 ⇨ 2 ② 5와 11 ⇨ 1
③ 10과 17 ⇨ 1 ④ 15와 21 ⇨ 3
⑤ 36과 51 ⇨ 3
따라서 두 수가 서로소인 것은 최대공약수가 1인 ②, ③이다.

02

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad 2^3\times3^a\times5^2 \\ \qquad\qquad 2^b\times3^3\qquad\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times3 \\ \qquad\qquad\ \downarrow\quad\downarrow \\ \qquad\qquad b=2,\ a=1 \end{array}$$

$\therefore a+b=1+2=3$

03 24와 84의 최대공약수는 $2^2\times3$이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 24와 84의 공약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$(개)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 84 \\ \hline 2 & 12 & 42 \\ \hline 3 & 6 & 21 \\ \hline & 2 & 7 \end{array}$$

04 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 240, 216의 최대공약수인
$2\times2\times2\times3=24$(cm)
이때 잘려진 정사각형 모양의 종이는
가로: $240\div24=10$(장),
세로: $216\div24=9$(장)
이므로 모두 $10\times9=90$(장)이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 240 & 216 \\ \hline 2 & 120 & 108 \\ \hline 2 & 60 & 54 \\ \hline 3 & 30 & 27 \\ \hline & 10 & 9 \end{array}$$

05 $\dfrac{24}{n}$를 자연수가 되도록 하는 n은 24의 약수이고,
$\dfrac{36}{n}$을 자연수가 되도록 하는 n은 36의 약수이다.
즉, n은 24와 36의 공약수이므로 이러한 자연수 n의 값 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인
$2\times2\times3=12$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

이것만은 꼭!
두 분수 $\dfrac{A}{n}$, $\dfrac{B}{n}$를 자연수가 되도록 하는 자연수 n
⇨ n은 A, B와 약분되어 1이 되어야 한다.
⇨ n은 A, B의 공약수이어야 한다.

05-1 $\dfrac{40}{n}$을 자연수가 되도록 하는 n은 40의 약수이고,
$\dfrac{72}{n}$를 자연수가 되도록 하는 n은 72의 약수이다.
즉, n은 40과 72의 공약수이므로 이러한 자연수 n의 값 중 가장 큰 수는 40과 72의 최대공약수인
$2\times2\times2=8$
따라서 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수이므로 가능한 자연수 n의 값은
1, 2, 4, 8

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 40 & 72 \\ \hline 2 & 20 & 36 \\ \hline 2 & 10 & 18 \\ \hline & 5 & 9 \end{array}$$

❸ 최소공배수와 그 활용

개념 08 공배수와 최소공배수

개념 확인하기 26쪽

1 답 (1) 10, 20, 30, 40, 50, 60, ⋯
(2) 15, 30, 45, 60, ⋯
(3) 30, 60, ⋯
(4) 30
(5) 30, 배수

대표문제 27쪽

01 답 (1) 16, 32, 48, ⋯
(2) 16
(3) 16, 32, 48, ⋯
8의 배수: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ⋯
16의 배수: 16, 32, 48, ⋯

02 답 (1) 36, 72, 108, ⋯
(2) 36
(3) 36, 72, 108, ⋯
4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ⋯
9의 배수: 9, 18, 27, 36, 45, 54, ⋯
참고 4와 9는 서로소이므로 최소공배수는 $4\times9=36$

03 답 ②
서로소인 두 수의 최소공배수는 두 수의 곱과 같으므로 ②이다.

04 답 (1) 8, 16, 24 (2) 20, 40, 60
(1) 두 자연수의 공배수는 최소공배수 8의 배수이므로 8, 16, 24이다.
(2) 두 자연수의 공배수는 최소공배수 20의 배수이므로 20, 40, 60이다.

05 답 9, 36, 72
두 자연수의 공배수는 최소공배수 9의 배수이므로 9, 36, 72이다.

06 답 4개
두 자연수의 공배수는 최소공배수 24의 배수이므로
24, 48, 72, 96, 120, ⋯
따라서 24의 배수 중 100 이하의 자연수는 24, 48, 72, 96의 4개이다.

개념 09 최소공배수 구하기

개념 확인하기 ········· 28쪽

1 답 풀이 참조

[방법 1] $10 = 2 \times 5$

$18 = 2 \times 3^2$

$24 = 2^3 \times 3$

(최소공배수)$=\boxed{2^3}\times\boxed{3^2}\times\boxed{5}=\boxed{360}$

[방법 2]

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 10 & 18 & 24 \\ \boxed{3} & 5 & \boxed{9} & 12 \\ \hline & \boxed{5} & 3 & \boxed{4} \end{array}$$

(최소공배수)$=2\times\boxed{3}\times\boxed{5}\times3\times\boxed{4}=\boxed{360}$

대표문제 29쪽

01 답 (1) $2^3\times3$ (2) $2\times3^2\times5$ (3) $2^2\times5^2\times7$ (4) $2^3\times3^3\times5$

(1) 2^2

$2^3\times3$

(최소공배수)$=2^3\times3$

(2) 2×3^2

$3^2\times5$

(최소공배수)$=2\times3^2\times5$

(3) 2×5^2

$2^2\times5^2\times7$

(최소공배수)$=2^2\times5^2\times7$

(4) $2^2\times3^3\times5$

$2^3\times3\times5$

(최소공배수)$=2^3\times3^3\times5$

02 답 (1) $2\times3^2\times5\times7$ (2) $2^3\times3^3\times5$

(1) $2\times3^2\times7$

$2\times3\times5$

$3^2\times5\times7$

(최소공배수)$=2\times3^2\times5\times7$

(2) $2^2\times3$

$2^3\times3^3$

$2^2\times3^2\times5$

(최소공배수)$=2^3\times3^3\times5$

03 답 ①

공배수는 최소공배수의 배수이므로 두 수 $2^2\times5$, 2×5^2의 최소공배수를 구하면

$2^2\times5$

2×5^2

(최소공배수)$=2^2\times5^2$

① 2×5는 $2^2\times5^2$의 배수가 아니므로 두 수의 공배수가 아니다.

04 답 (1) 105 (2) 84 (3) 90 (4) 546

(1)
$$\begin{array}{r|rr} 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=3\times5\times7=105$

(2)
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 28 & 84 \\ 2 & 14 & 42 \\ 7 & 7 & 21 \\ \hline & 1 & 3 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=2\times2\times7\times1\times3=84$

(3)
$$\begin{array}{r|rr} 3 & 30 & 45 \\ 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=3\times5\times2\times3=90$

(4)
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 42 & 78 \\ 3 & 21 & 39 \\ \hline & 7 & 13 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=2\times3\times7\times13=546$

05 답 (1) 360 (2) 270

(1)
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 60 & 72 \\ 2 & 12 & 30 & 36 \\ 3 & 6 & 15 & 18 \\ 2 & 2 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 3 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=2\times2\times3\times2\times1\times5\times3=360$

(2)
$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 45 & 90 & 135 \\ 3 & 15 & 30 & 45 \\ 5 & 5 & 10 & 15 \\ \hline & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=3\times3\times5\times1\times2\times3=270$

06 답 ②

공배수는 최소공배수의 배수이므로 두 수 36과 54의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 36 & 54 \\ 3 & 18 & 27 \\ 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

(최소공배수)$=2\times3\times3\times2\times3$

$=2^2\times3^3$

② $2^3\times3^2$은 $2^2\times3^3$의 배수가 아니므로 두 수의 공배수가 아니다.

개념교재편

개념 10 최소공배수의 활용

개념 확인하기 30쪽

1 답 12, 10, 최소공배수, 2, 6, 5, 60, 60

대표 문제 31~32쪽

01 답 30, 10, 30, 15, 최소공배수, 30, 30, 8, 30

$\begin{array}{r|rr} 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$

∴ (최소공배수)$=5\times2\times3=30$

02 답 (1) 오전 11시 (2) 5바퀴

(1) 두 사람이 다시 처음으로 출발한 지점에서 만나게 되는 때는 12와 20의 최소공배수인 $2\times2\times3\times5=60$(분) 후이므로 오전 11시이다.

$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 20 \\ \hline 2 & 6 & 10 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$

(2) $60\div12=5$(바퀴)

03 답 (1) 75 cm (2) 75, 5, 75, 3, 5, 3, 15

(1) 가능한 한 작은 정사각형의 한 변의 길이는 15와 25의 최소공배수인 $5\times3\times5=75$(cm)

$\begin{array}{r|rr} 5 & 15 & 25 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$

04 답 (1) 90 cm (2) 900개

(1) 가능한 한 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 15, 9, 6의 최소공배수인 $3\times5\times3\times2=90$(cm)

$\begin{array}{r|rrr} 3 & 15 & 9 & 6 \\ \hline & 5 & 3 & 2 \end{array}$

(2) 필요한 벽돌의 개수는
가로: $90\div15=6$(개),
세로: $90\div9=10$(개),
높이: $90\div6=15$(개)
이므로 모두 $6\times10\times15=900$(개)이다.

05 답 10, 12, 최소공배수, 60, 60

$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 12 \\ \hline & 5 & 6 \end{array}$ ∴ (최소공배수)$=2\times5\times6=60$

06 답 A: 8바퀴, B: 5바퀴

두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 다시 처음으로 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 수는 20과 32의 최소공배수인

$\begin{array}{r|rr} 2 & 20 & 32 \\ \hline 2 & 10 & 16 \\ \hline & 5 & 8 \end{array}$

$2\times2\times5\times8=160$(개)

따라서 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 다시 처음으로 맞물리는 것은

A: $160\div20=8$(바퀴), B: $160\div32=5$(바퀴)

회전한 후이다.

07 답 (1) 2, 2 (2) 2, 2 (3) 6, 14, 2, 2, 6, 14
(4) 6, 14, 42, 2, 42, 44

(4) $\begin{array}{r|rr} 2 & 6 & 14 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$

∴ (최소공배수)$=2\times3\times7=42$

08 답 41

4로 나눈 나머지가 1인 수
⇨ (어떤 자연수)$=$(4의 배수)$+1$
5로 나눈 나머지가 1인 수
⇨ (어떤 자연수)$=$(5의 배수)$+1$
8로 나눈 나머지가 1인 수
⇨ (어떤 자연수)$=$(8의 배수)$+1$
이므로 4, 5, 8 중 어느 것으로 나누어도 1이 남는 자연수 중 가장 작은 수는 (4, 5, 8의 최소공배수)$+1$이다.
이때 4, 5, 8의 최소공배수는
$2\times2\times1\times5\times2=40$
이므로 구하는 자연수는 $40+1=41$

$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 5 & 8 \\ \hline 2 & 2 & 5 & 4 \\ \hline & 1 & 5 & 2 \end{array}$

개념 11 최대공약수와 최소공배수의 관계

개념 확인하기 33쪽

1 답 (1) 3 (2) 105 (3) 315, 3, 105, 315

(1), (2) $\begin{array}{r|rr} 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$

∴ (최대공약수)$=3$
(최소공배수)$=3\times5\times7=105$

대표 문제 34쪽

01 답 최소공배수, 90, 270

02 답 864

(두 자연수의 곱)$=$(최대공약수)$\times$(최소공배수)
$=12\times72=864$

03 답 8, 120

04 답 6

(두 자연수의 곱)$=$(최대공약수)$\times$(최소공배수)이므로
$504=$(최대공약수)$\times84$
∴ (최대공약수)$=6$

05 답 풀이 참조

[방법 1]

(두 자연수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로

$A\times 30=6\times 90$

$\therefore A=\boxed{18}$

[방법 2]

$$\begin{array}{r|ll} 6 & A & 30 \\ \hline & a & 5 \end{array}$$

⇨ (최소공배수)$=6\times a\times 5=90$ $\quad\therefore a=\boxed{3}$

$\therefore A=6\times\boxed{3}=\boxed{18}$

06 답 35

(두 자연수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로

$42\times A=7\times 210 \quad \therefore A=35$

소단원 핵심 문제 35~36쪽

01 48	**02** ④	**03** ③	**04** ③
05 오전 10시 48분	**06** 183	**07** 42	**08** ④
08-1 3			

01 두 자연수 A, B의 최소공배수가 16이므로 A와 B의 공배수를 구하면

16, 32, 48, 64, ⋯

따라서 50에 가장 가까운 수는 48이다.

02

$$\begin{array}{rl} & 2^4\times 3 \\ & 2^2\times 3^2\times 7^2 \\ & 2^5\times 3^3\times 7^2 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^5\times 3^3\times 7^2 \end{array}$$

03

$$\begin{array}{rl} & 2^a\times 5^b\times 7 \\ & 2^3\times 7^c \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^4\times 5^3\times 7^2 \end{array}$$

↓ ↓ ↓

$a=4,\ b=3,\ c=2$

$\therefore a+b+c=4+3+2=9$

04 두 수의 공배수는 최소공배수의 배수와 같으므로 두 수의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{rl} & 2^2\times 3 \\ & 2\times 3\times 7 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^2\times 3\times 7=84 \end{array}$$

따라서 구하는 공배수는 84, 168, 252의 3개이다.

05 세 종이 다시 처음으로 동시에 울리는 때는 12, 16, 8의 최소공배수인 $2\times 2\times 2\times 3\times 2\times 1=48$(분) 후이다.

따라서 다시 처음으로 동시에 울리는 시각은 오전 10시 48분이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 16 & 8 \\ \hline 2 & 6 & 8 & 4 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 2 \\ \hline & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

06 9, 12, 15 중 어느 것으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 가장 작은 자연수는 (9, 12, 15의 최소공배수)+3이다.

이때 9, 12, 15의 최소공배수는 $3\times 3\times 4\times 5=180$이므로 구하는 자연수는

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 9 & 12 & 15 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$180+3=183$

07 (두 자연수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로

$a\times 28=14\times 84 \quad \therefore a=42$

이런 풀이 어때요?

$$\begin{array}{r|ll} 14 & a & 28 \\ \hline & \square & 2 \end{array}$$

⇨ (최소공배수)$=14\times\square\times 2=84$

따라서 $\square=3$이므로 $a=14\times 3=42$

08 $2\times k$, $3\times k$의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{r|ll} k & 2\times k & 3\times k \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$k\times 2\times 3=6\times k$

이때 최소공배수가 60이므로

$6\times k=60 \quad \therefore k=10$

따라서 두 자연수는 $2\times 10=20$, $3\times 10=30$이므로 구하는 합은

$20+30=50$

08-1 $4\times x$, $5\times x$, $6\times x$의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{r|lll} x & 4\times x & 5\times x & 6\times x \\ \hline 2 & 4 & 5 & 6 \\ \hline & 2 & 5 & 3 \end{array}$$

$x\times 2\times 2\times 5\times 3=60\times x$

이때 최소공배수가 180이므로

$60\times x=180 \quad \therefore x=3$

중단원 마무리 문제 37~39쪽

01 ③, ⑤	**02** 2	**03** ①, ③	**04** ④	**05** 17
06 21	**07** ④	**08** 3개	**09** ②, ⑤	**10** 10개
11 4개	**12** 25가구	**13** 12	**14** ③	**15** ⑤
16 ②	**17** ③, ⑤	**18** 48	**19** 16	

01 ① $2^3=2\times2\times2=8$
② $3\times3\times3\times3=3^4$
④ $2\times2\times3\times3\times3=2^2\times3^3$

02 $\frac{1}{64}=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\left(\frac{1}{2}\right)^a$에서 $a=6$
$81=3^4=3^b$에서 $b=4$
$\therefore a-b=6-4=2$

03 ② 9는 홀수이지만 소수가 아니다.
④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8개이다.
⑤ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

04 ① $27=3^3$　② $45=3^2\times5$
③ $80=2^4\times5$　⑤ $450=2\times3^2\times5^2$

05 70을 소인수분해하면 $70=2\times5\times7$
70의 소인수는 2, 5, 7의 3개이므로 $a=3$
소인수의 합은 $2+5+7=14$이므로 $b=14$
$\therefore a+b=3+14=17$

06 84를 소인수분해하면 $84=2^2\times3\times7$
$84\times a$가 어떤 수 b의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3\times7=21$
$\therefore a=21$ … ㉮
$b^2=84\times21=(2^2\times3\times7)\times(3\times7)$
$=(2\times3\times7)\times(2\times3\times7)=42^2$
이므로 $b=42$ … ㉯
$\therefore b-a=42-21=21$ … ㉰

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	a의 값 구하기	40 %
㉯	b의 값 구하기	40 %
㉰	$b-a$의 값 구하기	20 %

07 $2^4\times7^2$의 약수는 $(2^4$의 약수$)\times(7^2$의 약수$)$의 꼴이므로
$2^4\times7^2$의 약수가 아닌 것은 ④이다.

08 $48=2^4\times3$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$(개)
$80=2^4\times5$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$(개)
3×5^4의 약수의 개수는
$(1+1)\times(4+1)=10$(개)
$2^2\times3\times7$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개)
$162=2\times3^4$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(4+1)=10$(개)
$5^2\times7^2$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$(개)
따라서 48과 약수의 개수가 같은 것은 80, 3×5^4, 162의 3개이다.

09 ① $49\times4=2^2\times7^2$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$(개)
② $49\times5=5\times7^2$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(2+1)=6$(개)
③ $49\times7=7^3$의 약수의 개수는
$3+1=4$(개)
④ $49\times9=3^2\times7^2$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$(개)
⑤ $49\times11=7^2\times11$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$(개)

10 두 수의 공약수는 최대공약수 $48=2^4\times3$의 약수이다. … ㉮
따라서 공약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$(개) … ㉯

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	공약수가 최대공약수의 약수임을 알기	50 %
㉯	두 수의 공약수의 개수 구하기	50 %

11 $18=2\times3^2$이므로 10보다 크고 20보다 작은 자연수 중 2의 배수 또는 3의 배수를 제외하면 11, 13, 17, 19의 4개이다.

12 가능한 한 많은 가구에 구호품을 똑같이 나누어 주려면 구호품을 받을 수 있는 가구의 수는 100, 75, 150의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 5 & 100 & 75 & 150 \\ \hline 5 & 20 & 15 & 30 \\ \hline & 4 & 3 & 6 \end{array}$$

따라서 구하는 가구의 수는 $5\times5=25$(가구)

13 전략 어떤 수로 A를 나누면 a가 남고, B를 나누면 b가 부족할 때, $A-a$, $B+b$는 어떤 수로 나누어떨어짐을 이용한다.
어떤 자연수로 50을 나누면 2가 남으므로 $50-2$, 즉 48을 나누면 나누어떨어지고, 56을 나누면 4가 부족하므로 $56+4$, 즉 60을 나누면 나누어떨어진다.
따라서 어떤 자연수는 48과 60의 공약수이므로 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수인
$2\times2\times3=12$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 48 & 60 \\ \hline 2 & 24 & 30 \\ \hline 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

이것만은 꼭!
어떤 자연수 x로 자연수 A를 나누면 s가 부족하다. (단, $x>s$)
⇨ x로 $A+s$를 나누면 나누어떨어진다.
⇨ x는 $A+s$의 약수이다.

14
$$\begin{array}{rl} & 2\ \times3^3\times5^2 \\ & 2^2\times3\ \times5^2\times7 \\ & 2^3\times3^4\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\ \times3\ \times5 \\ (\text{최소공배수})= & 2^3\times3^4\times5^2\times7 \end{array}$$

15

$$\begin{array}{rl} & 2^a\times 3^3\times 5 \\ & 2^3\times 3^b \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2\times 3^3 \\ & \downarrow \\ & a=2 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & 2^a\times 3^3\times 5 \\ & 2^3\times 3^b \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times 3^5\times c \\ & \quad\ \ \downarrow \quad \downarrow \\ & \ \ b=5 \ \ c=5 \end{array}$$

$\therefore a+b+c=2+5+5=12$

16 24와 32의 공배수는 최소공배수인 $2\times2\times2\times3\times4=96$의 배수이므로 96, 192, 288, ⋯

따라서 200에 가장 가까운 수는 192이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 32 \\ 2 & 12 & 16 \\ 2 & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

17 색종이를 이어 붙여서 만들 수 있는 정사각형의 한 변의 길이는 4, 6의 공배수이고 4, 6의 최소공배수는 $2\times2\times3=12$(cm)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 4 & 6 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 12의 배수인 ③, ⑤이다.

18 전략 $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$에 곱하여 자연수가 되는 수는 세 수 A, B, C의 공배수이다.

구하는 수는 4, 12, 16의 최소공배수이므로

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 12 & 16 \\ 2 & 2 & 6 & 8 \\ \hline & 1 & 3 & 4 \end{array}$$

$2\times2\times1\times3\times4=48$

19 $A=8\times a$, $B=8\times b$(a, b는 서로소, $a>b$)라 하면

$8\times a\times b=120$ $\quad\therefore a\times b=15$

(i) $a=15$, $b=1$일 때, $A=120$, $B=8$

(ii) $a=5$, $b=3$일 때, $A=40$, $B=24$

이때 A, B는 두 자리 자연수이므로

$A=40$, $B=24$

$\therefore A-B=16$

창의·융합 문제 39쪽

(1) 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는 손님은 (10, 12, 18의 공배수)번째 손님이다. ⋯ 1

이때 처음으로 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는 손님은 10, 12, 18의 최소공배수인

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 10 & 12 & 18 \\ 3 & 5 & 6 & 9 \\ \hline & 5 & 2 & 3 \end{array}$$

$2\times3\times5\times2\times3=180$(번째) 손님이다. ⋯ 2

(2) 공배수는 최소공배수의 배수이고 방문한 손님은 총 600명이므로 음료, 디저트, 샐러드를 모두 무료로 제공받는 손님은 180번째, 360번째, 540번째 손님의 3명이다. ⋯ 3

답 (1) 180번째 (2) 3명

교과서 속 서술형 문제 40~41쪽

1

❶ 어떤 자연수의 제곱인 수가 되기 위한 조건은?

자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 $\boxed{\text{짝수}}$이어야 한다.

❷ 56을 소인수분해하면?

$$56 \left\langle \begin{array}{l} \boxed{2} \\ 28 \left\langle \begin{array}{l} \boxed{2} \\ 14 \left\langle \begin{array}{l} \boxed{2} \\ 7 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

⇨ $56=2^{\boxed{3}}\times7$ ⋯ ㉮

❸ 곱해야 하는 가장 작은 자연수는?

$56=2^3\times7$에 자연수를 곱하였을 때, 소인수의 지수가 모두 $\boxed{\text{짝수}}$가 되어야 하므로 필요한 소인수는 $\boxed{2}$, $\boxed{7}$이다.

따라서 곱해야 하는 가장 작은 자연수는 $\boxed{2}\times\boxed{7}=\boxed{14}$이다. ⋯ ㉯

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 자연수를 소인수분해하기	40 %
㉯	곱해야 하는 가장 작은 자연수 구하기	60 %

2

❶ 어떤 자연수의 제곱인 수가 되기 위한 조건은?

자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

❷ 250을 소인수분해하면?

$$250 \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ 125 \left\langle \begin{array}{l} 5 \\ 25 \left\langle \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

⇨ $250=2\times5^3$ ⋯ ㉮

❸ 곱해야 하는 가장 작은 자연수는?

$250=2\times5^3$에 자연수를 곱하였을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 필요한 소인수는 2, 5이다.

따라서 곱해야 하는 가장 작은 자연수는 $2\times5=10$이다. ⋯ ㉯

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	주어진 자연수를 소인수분해하기	40 %
㉯	곱해야 하는 가장 작은 자연수 구하기	60 %

3 $168=2^3\times3\times7$이므로 168의 약수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$(개) … ㉮

$3^3\times5^x$의 약수의 개수는

$(3+1)\times(x+1)=4\times(x+1)$(개) … ㉯

두 수의 약수의 개수가 같으므로

$16=4\times(x+1)$, $x+1=4$

$\therefore x=3$ … ㉰

답 3

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	168의 약수의 개수 구하기	40 %
㉯	$3^3\times5^x$의 약수의 개수 구하기	40 %
㉰	자연수 x의 값 구하기	20 %

4 가능한 한 적은 수의 나무를 심어야 하므로 나무 사이의 간격은 42, 30의 최대공약수인 $2\times3=6$(m)이다. … ㉮

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 42 & 30 \\ \hline 3 & 21 & 15 \\ \hline & 7 & 5 \end{array}$$

이때 $42\div6=7$, $30\div6=5$이므로 필요한 나무의 수는

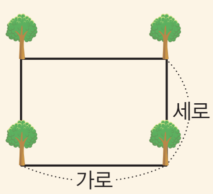
$(7+5)\times2=24$(그루) … ㉯

답 24그루

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	최대공약수를 이용하여 나무 사이의 간격 구하기	40 %
㉯	필요한 나무의 수 구하기	60 %

이것만은 꼭!

가능한 한 적게, 가능한 한 멀리 → 나무를 심는다.



① 두 나무 사이의 간격
⇨ 가로, 세로의 길이의 최대공약수

② 필요한 나무의 수
⇨ {(가로의 길이)÷(①의 최대공약수)
+(세로의 길이)÷(①의 최대공약수)}×2

5 두 동호회가 5월 1일에 정기 모임을 한 후, 그 다음에 처음으로 정기 모임을 할 때까지 걸리는 기간은

6과 9의 최소공배수인

$3\times2\times3=18$(일) … ㉮

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

따라서 5월 1일에 정기 모임을 한 후, 그 다음에 처음으로 정기 모임을 하게 되는 날은 5월 19일이다. … ㉯

답 5월 19일

단계	채점 기준	배점 비율
㉮	최소공배수를 이용하여 두 동호회가 처음으로 다시 정기 모임을 할 때까지 걸리는 기간 구하기	60 %
㉯	그 다음에 처음으로 두 동호회가 정기 모임을 하게 되는 날 구하기	40 %

6 (1) a는 분자 25, 15와 약분되어 1이 되어야 하므로 a는 25와 15의 공약수이다. 이때 $\frac{b}{a}$가 가장 작은 수가 되려면 a는 가장 큰 수이어야 하므로 a는 25와 15의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 5 & 25 & 15 \\ \hline & 5 & 3 \end{array}$$

$\therefore a=5$ … ㉮

(2) 분모 12와 8은 b와 약분되어 1이 되어야 하므로 b는 12와 8의 공배수이다. 이때 b는 가장 작은 수이어야 하므로 b는 12와 8의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 8 \\ \hline 2 & 6 & 4 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

$\therefore b=2\times2\times3\times2=24$ … ㉯

(3) $\frac{b}{a}=\frac{(12,\ 8\text{의 최소공배수})}{(25,\ 15\text{의 최대공약수})}=\frac{24}{5}$ … ㉰

답 (1) 5 (2) 24 (3) $\frac{24}{5}$

단계		채점 기준	배점 비율
(1)	㉮	a의 값 구하기	40 %
(2)	㉯	b의 값 구하기	40 %
(3)	㉰	$\frac{b}{a}$의 값 구하기	20 %